UNIVERSITÉ DE NANCY I INSTITUT DE GENIE BIOLOGIQUE ET MÉDICAL

C.N.R.S. A.O. 6280

THÈSE

présentée devant

L'UNIVERSITÉ DE NANCY I

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Philippe MAES

Ingénieur ENSEM

Assistant à l'Université de Nancy I

SUJET

Contribution à l'étude de l'impédance de la peau humaine en basse fréquence

---

Soutenue publiquement le Janvier 1973 devant la Commission d'Examen

---

Membres du Jury :

Président : M. GUILLIEN

Examinateurs : Mlle GAULARD

MM. GUDEFIN

HUSSON

Invité : M. NABET

OUDART ET CLÉMENT
RELIEURS
11, Rue Sainte-Anne
Tél. : 52.80.09 NANCY

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555419_0004

UNIVERSITÉ DE NANCY I INSTITUT DE GENIE BIOLOGIQUE ET MÉDICAL

C.N.R.S. A.O. 6280

THÈSE

présentée devant

L'UNIVERSITÉ DE NANCY I

pour obtenir le titre de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Philippe MAES

Ingénieur ENSEM

Assistant à l'Université de Nancy I

SUJET :

Contribution à l'étude de l'impédance de la peau humaine en basse fréquence

---

Soutenue publiquement le Janvier 1973 devant la Commission d'Examen

---

Membres du Jury

Président : M. GUILLIEN

Examinateurs : Mlle GAULARD

MM. GUDEFIN

HUSSON

Invité : M. NABET

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

AVANT - PROPOS

Ce travail a été réalisé dans le cadre de l'Institut de Génie Biologique et Médical de Nancy.

Nous tenons à exprimer ici notre gratitude envers Monsieur le Professeur R. GUILLIEN, Directeur de l'I.G.B.M., qui nous a confié ce travail et qui fut notre Maître avant d'être notre Directeur de recherche.

Nous adressons également nos remerciements à Monsieur le Docteur NABET, Professeur à la Faculté de Médecine, pour ses conseils et ses encouragements.

Qu'il nous soit aussi permis de remercier Mademoiselle GAULARD, Maître-Assistant à l'Université de Nancy I, qui a mis à notre disposition les ressources de son Laboratoire d'Electronique.

Nous adressons nos plus vifs remerciements à Monsieur YVROUD, Directeur Technique de l'I.G.B.M., pour son aide constante et son zèle dévoué, ainsi qu'au personnel technique de l'I.G.B.M. et de l'E.N.S.E.M. pour son assistance indispensable.

Je remercie également Mademoiselle PICHARD qui fut un cobaye particulièrement aimable.

Je tiens enfin à remercier tout particulièrement Monsieur Claude IUNG, Maître-Assistant à l'E.N.S.E.M., pour son aide efficace, ses conseils éclairés et ses encouragements insistants, et sans qui ce travail ne serait pas ce qu'il est. Qu'il veuille bien en accepter la dédicace.

***

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION ..... p. 1

CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE 2

1) Généralités sur les mesures d'impédances in vivo 2

2) Etude des propriétés électriques de la peau humaine 5

A - Influence de la fréquence 6

B - Influence de la tension 7

C - Influence de l'intensité 7

D - Caractéristiques courant-tension 7

E - Modèles théoriques 9

CHAPITRE II : ELABORATION DE LA TECHNIQUE EXPERIMENTALE 15

1) Description de la chaîne de mesure 15

A - Système de mesure 15

B - Les électrodes 17

C - L'amplificateur différentiel 19

D - Le comparateur 24

E - L'alimentation 28

2) Que mesurons-nous ? 28

A - Les problèmes de mise à la masse du sujet 28

B - Hypothèses 31

C - Première vérification 33

D - Deuxième vérification 36

E - Corrections à apporter aux mesures 38

F - Troisième vérification 40

G - Conclusion 42

CHAPITRE III : ANALYSE ET TRAITEMENT DU MODELE DE PHILIPPSON-COLE 44

1) Le modèle de Philippson-Cole 44

A - Choix du modèle 44

B - Présentation du modèle 45

INTRODUCTION ..... p. 1

CHAPITRE I : LEURS PHYSIOGNOMIEMES 2

1) Généralités sur les mesures électroniques en vivo 2

2) Etude des propriétés électriques du la peau humaine 5

A - Influence de la fréquence 6

B - Influence de la tension 7

C - Influence de l'intensité 7

D - Correctéristiques courant-tension 7

E - Modèles théoriques 9

CHAPITRE II : ELABORATION DE LA TECHNIQUE EXPERIMENTALE 15

1) Description de la chaîne de mesure 15

A - Système de mesure 15

B - Les électrodes 17

C - L'amplificateur différentiel 19

D - Les compteurs 24

E - L'alimentation 28

2) Que mesure-t-on ? 29

A - Les problèmes du mise à la masse du sujet 29

B - Hypothèses 31

C - Première vérification 33

D - Deuxième vérification 36

E - Corrections à apporter aux mesures 38

F - Troisième vérification 40

G - Conclusion 42

CHAPITRE III : ANALYSE ET TRAITEMENT DE MODELES DE PHILIPPSON-COLE 44

1) Le modèle de Philippson-Cole 44

A - Choix du modèle 44

B - Présentation du modèle 45

2) Méthode d'identification 48
A - Justification de la méthode 48
B - Initialisation du programe. Calcul de R_s 49
C - Première détermination du cercle 50
D - Nouvelle détermination du cercle 56
E - Graduation du cercle 62

CHAPITRE IV : MISE EN OEUVRE DE LA METHODE EXPERIMENTALE 64
1) Evaluation de la précision 64
A - Une série de mesures aberrantes 64
B - Exemple 66
2) Application : recherche d'un invariant 69
A - Expérience 69
B - Conclusion 77

APPENDICE I : Description de F(s) 79

APPENDICE II : Description du programme PODZ 84

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE 90

***

INTRODUCTION

Le travail qui nous a été proposé par Monsieur le Professeur R. GUILLIEN, Directeur de l'I.G.B.M., consiste a étudier l'impédance de la peau humaine en courant alternatif de basse fréquence.

Notre recherche bibliographique a mis en évidence un certain manque de coordination entre les chercheurs, si bien que les expériences déjà entreprises ne sont malheureusement jamais comparables, et qu'il a été difficile d'en tirer des conclusions utilisables jusqu'à maintenant.

De plus, une grande partie de ces travaux sont anciens et les progrès de l'électronique moderne rendent nécessaire une mise à jour des techniques expérimentales.

Nous nous sommes donc attachés à définir l'objet mesuré, en l'occurrence l'impédance de la peau humaine, et à mettre au point une méthode précise de sa mesure.

Nous effectuerons ensuite, grâce à l'ordinateur, une identification des résultats de mesure avec un schéma équivalent classique, celui de Philippson Cole.

Nous pensons que cette technique dont nous montrons l'efficacité sur un exemple, trouvera un bon accueil auprès des physiologistes qui espèrent trouver dans la mesure de l'impédance cutanée un nouvel outil de diagnostic. Nous pensons également que les personnes se servant des électrodes cutanées pour enregistrer des phénomènes biologiques pourront ainsi mieux connaître le comportement électrique du dispositif de mesure qu'ils emploieront.

***

CHAPITRE I - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1) GENERALITES SUR LES MESURES D'IMPEDANCE IN VIVO

L'étude des propriétés et de l'activité électriques des organismes vivants n'est pas récente : tout le monde connaît les expériences de GALVANI sur les grenouilles.

L'application de ces études à l'homme présente de nombreux intérêts, tant théoriques que pratiques. Nous n'aborderons pas ici le problème de l'électronarcose (1), qui sort du cadre de notre étude, ni celui d'une éventuelle relation entre l'activité électrique du corps humain et les principes de la traditionnelle acupuncture chinoise (2), qui échappe à notre compétence. Nous parlerons par contre des psychophysiologistes, qui étudient l'activité électrodermale (3, 4, 5). Celle-ci comprend deux ordres de phénomènes : d'une part les réponses électrodermales (R.E.D.) qui sont évoquées chez le sujet par un stimulus déterminé (bruit, lumière, etc) et qui se caractérisent par une chute brutale et temporaire de la résistance cutanée, l'amplitude et la durée de ces variations dépendant de la nature et de l'intensité du stimulus ; d'autre part, les fluctuations lentes de la résistance cutanée qui sont reliées aux variations du niveau de vigilance du sujet au cours du temps. Peu d'explications satisfaisantes ont été émises à propos du mécanisme de ce phénomène, tant qualitativement que quantitativement. Il apparaît toutefois que cette réponse disparait si l'on mesure la résistance cutanée à une fréquence suffisamment élevée, la fréquence minimum variant suivant les auteurs.

Si l'étude de cette activité électrodermale n'entre pas dans le cadre de notre travail, nous devrons en tenir compte, en particulier dans sa partie expérimentale, et surtout chercher à l'éviter dans les mesures à très basse fréquence.

Nous parlerons surtout des nombreuses applications dans lesquelles le médecin essaie d'obtenir des renseignements cliniques à l'aide de mesures effectuées sur la peau, soit de potentiels électriques d'origine biologique, E.C.G., E.E.G. (6, 7), soit d'impédance, pléthysmographie, surveillance de l'accouchement, etc ... (8, 9, 10, 11), ces techniques trouvant leurs applications les plus spectaculaires dans le monitoring et les expériences spatiales. Dans les deux cas, il est important de connaitre le comportement passif du corps humain sous les électrodes de mesure.

Ce comportement dépend d'un grand nombre de paramètres:

- dimension des électrodes (12)
- nature des électrodes (28)
- pression des électrodes (13)
- emplacement sur le corps du sujet (14, 15)
- état d'activité du sujet (16)
- heure à laquelle la mesure est faite (17)
- facteurs climatiques, température, humidité (18)
- état de la peau, propreté, dermatose, transpiration (19, 20)
- sexe et race du sujet (21, 22)
- âge du sujet (21, 22)
- irrigation sanguine de la zone étudiée (23, 24)
- absorption de médicament par le sujet (25)
- état de fatigue du sujet , etc ....

On voit qu'une telle complexité ne simplifie ni le dépouillement ni l'interprétation des résultats. Afin de rationnaliser notre travail, nous suivrons KRYSPIN (22, 26) qui introduit plusieurs nombres sans dimension pour caractériser un sujet. Il s'agit essentiellement de rapports d'impédances, soit en des lieux différents, soit dans des états différents du sujet. Ceci n'est certes pas la panacée, mais nous permettra peut-être de tirer quelques conclusions d'ordre général.

Le problème le plus délicat est celui des électrodes (27, 28, 29). En effet, comme dans le cas des électrolytes, nous rencontrons ici un potentiel d'électrode qui varie suivant le métal utilisé, et bien entendu le sujet, entre 1 et 300 mV. Les électrodes présentent de plus leur propre impédance qui peut s'élever jusqu'à plusieurs dizaines de kiloohms. Il faut d'ailleurs ajouter à cette impédance celle du contact entre l'électrode et la peau, qu'il est impossible de mesurer avec précision ; certains auteurs affirment même qu'elle est aléatoire (30, 31).

Il faut enfin tenir compte des phénomènes de polarisation dus au passage du courant. Ils se composent de deux parties :

- une polarisation de type diélectrique, que l'on peut attribuer aux membranes cellulaires

- une polarisation de type électrolytique, imputable au liquide cellulaire.

Ces phénomènes se font également sentir en alternatif, au moins jusqu'à 50 kilohertz (32, 33).

Si l'on utilise, pour assurer le contact électrode-peau, certaines pâtes électrolytiques, on réalise alors des électrodes dites "impolarisables", ce qui signifie hélas seulement que la polarisation est alors minimale.

Toutes ces observations nous amènent à un certain nombre de conclusions :

- nous suivrons d'abord les conclusions de JANZ et IVES (34) et GEDDES et BAKER (35) en choisissant des électrodes en argent recouvert de chlorure d'argent. Ces électrodes présentent un potentiel qui n'est pas le plus faible que l'on puisse trouver, mais qui reste parfaitement stable dans le temps

- nous utiliserons pour assurer un bon contact électrode-peau une pâte conductrice du commerce, habituellement utilisée pour les enregistrements d'électrocardiogrammes. Elle minimisera l'impédance de contact et les phénomènes de polarisation.

- nous essaierons de mettre le sujet à l'abri des variations brutales de température, d'éclairage, de niveau sonore et de tout autre facteur susceptible d'entrainer le réflexe psychogalvanique.

2) ETUDE DES PROPRIETES ELECTRIQUES DE LA PEAU HUMAINE

De nombreux travaux ont été effectués sur le comportement électrique de la peau, et ce dès le début du siècle, dans des conditions et dans des optiques très diverses. Nous citerons en Allemagne les travaux de GILDEMEISTER (37) et de HOSAWA (38), en Grande Bretagne ceux de Mme BRAZIER (39), aux U.S.A. ceux de GEDDES et BAKER (40) de RICHTER (3) et SCHWANN (41, 42), aux Pays Bas ceux de BURGER (43) et en Tchécoslovaquie ceux de KRYSPIN (44). Nous nous excusons de ne pouvoir citer ici tous ceux qui apportèrent leur contribution à la connaissance de ces propriétés ; le lecteur en trouvera une énumération plus complète dans l'index bibliographique à la fin de cette thèse.

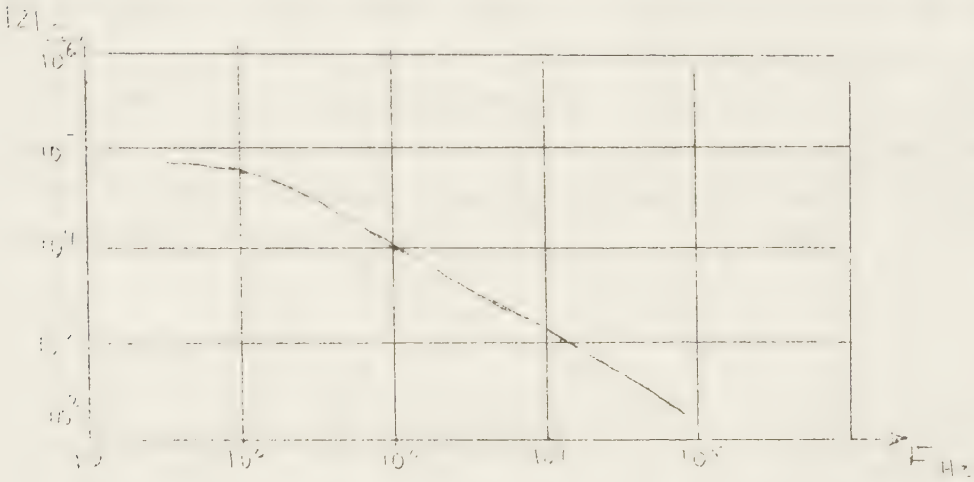
En France, les travaux essentiels ont été menés d'abord par STROHL (45, 46), et poursuivis par son élève Louis GOUGEROT (47), qui suscita lui-même bon nombre de disciples, parmi lesquels CHANTEUR, DORENLOT et PEIFFERT (48, 49, 50).

Nous allons essayer de résumer ci-après les principaux résultats de ces divers travaux. Les valeurs numériques ne sont données ici qu'à titre indicatif : elles dépendent en effet de nombreux paramètres, en particulier de la surface des électrodes.

A) Influence de la fréquence

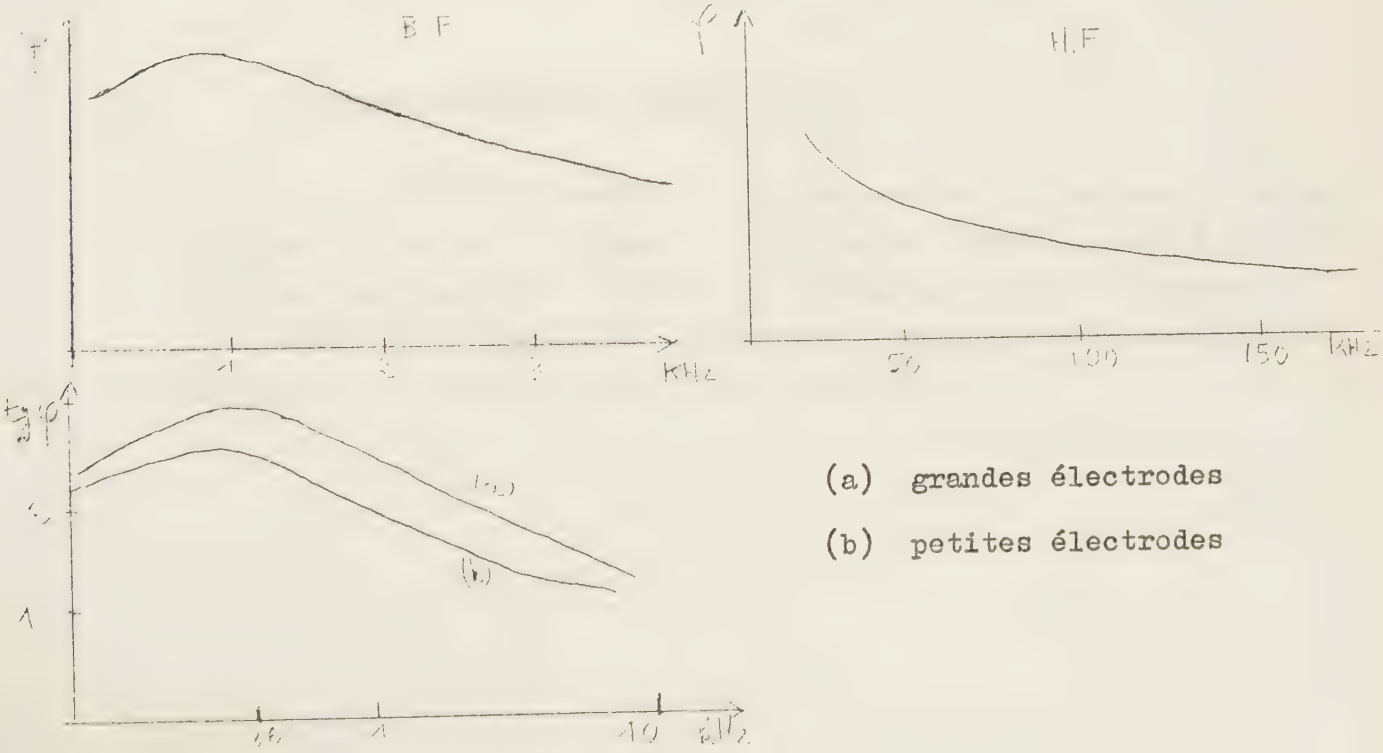
a) Variation du module de l'impédance

C'est une fonction décroissante de la fréquence, suivant l'allure ci-dessous, donnée par BURNS (51).



b) Variation de l'angle de phase

D'après PEIFFERT (50), l'angle de phase augmente sensiblement vers les basses fréquences, en dessous de 1 500 Hz. On observe par contre une limite vers les hautes fréquences.



(a) grandes électrodes

(b) petites électrodes

B) Influence de la tension

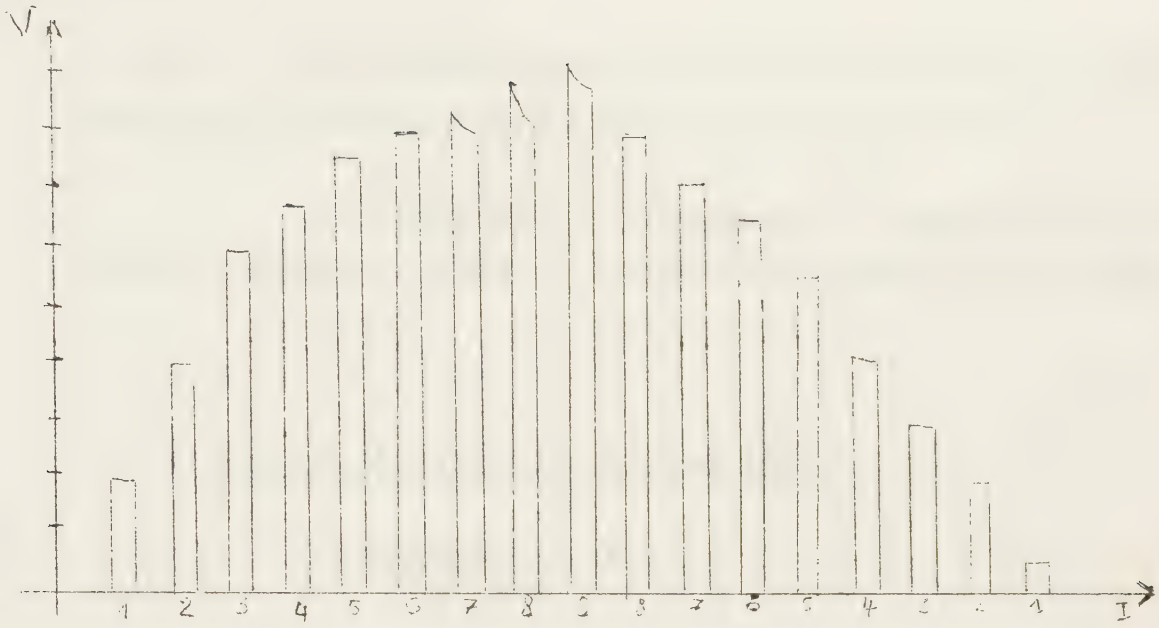
MUELLER et al ont étudié l'influence de la tension appliquée. Lorsque celle-ci augmente, l'impédance reste d'abord constante, puis à partir d'un certain seuil, présente une chute brutale. A l'aide d'une électrode fragmentée, ils purent mettre en évidence le phénomène suivant : lorsque le seuil de tension est dépassé, le courant traverse l'épiderme en une petite surface, très inférieure à celle de l'électrode, et la conduction s'effectue alors par les tissus sous-jacents. Cette expérience confirme par ailleurs qu'il existe bien deux types de conduction distincts, l'une par l'épiderme, l'autre par les plans profonds (52).

C) Influence de l'intensité

Le Professeur GOUGEROT a étudié l'influence de la densité de courant dans les électrodes sur la valeur de l'impédance. Il semble que cette impédance soit indépendante du courant de mesure pour une intensité suffisante, mais qu'on observe une non linéarité en dessous de 5 $\mu A/cm^2$ (53).

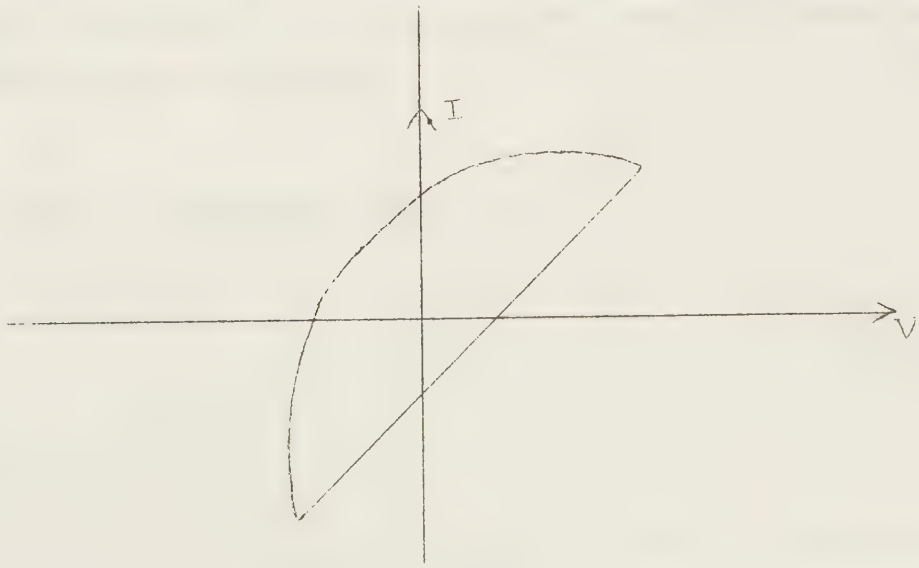
D) Caractéristiques courant-tension

KRYSPIN établit le "phoréogramme" de la peau : des impulsions de courant d'intensité croissante, indexées de 1 à 9, sont envoyées dans le sujet, d'abord en augmentant puis en diminuant l'amplitude de l'intensité. On mesure la tension aux bornes des électrodes. La courbe obtenue est la suivante :



On constate qu'il y a une nette dissymétrie de la caractéristique : les courbes croissante et décroissante sont distinctes. KRYSPIN définit ainsi un coefficient d'hystérésis, égal au rapport des résistances présentées par le sujet au début et à la fin du cycle décrit ci-dessus.

Il est évidemment possible de tracer à l'oscilloscope cathodique des courbes de Lissajous de la peau. On devrait alors obtenir, classiquement, une ellipse inclinée sur l'axe. KRYSPIN affirme que l'ellipse est déformée comme sur la figure ci-dessous :



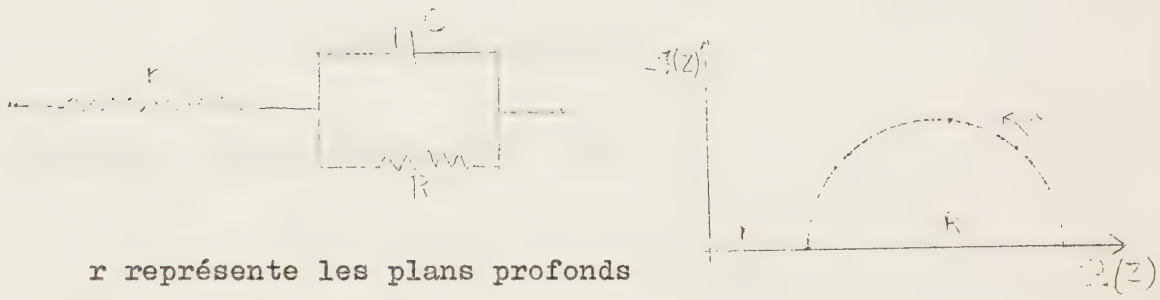
Ceci semble montrer que l'impédance n'est pas linéaire, mais qu'il se produirait un effet de type "redresseur".

Ces différentes observations ont conduit à plusieurs modèles théoriques, que nous classerons par ordre chronologique.

E) Modèles théoriques de la peau (48)

a) Modèles linéaires

* Modèle de PHILIPPSON, 1915 :

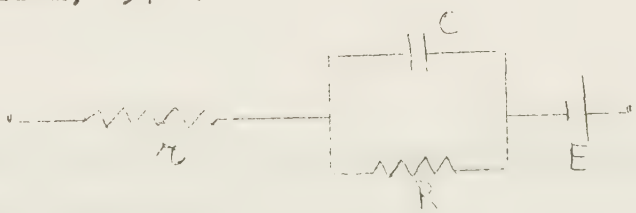


r représente les plans profonds

la cellule R-C représente la peau.

Bien que ce modèle présente certaines discordances avec l'expérience, il a toujours été considéré comme une très bonne première approximation.

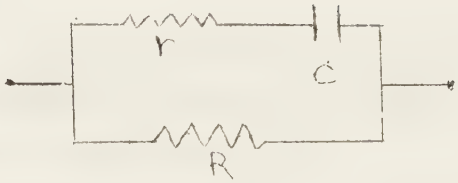
* Modèle de SCHAEFFER, 1940 :



Il s'agit simplement du modèle de PHILIPPSON auquel on

a adjoint une force électromotrice pour représenter la polarisation électrolytique (17).

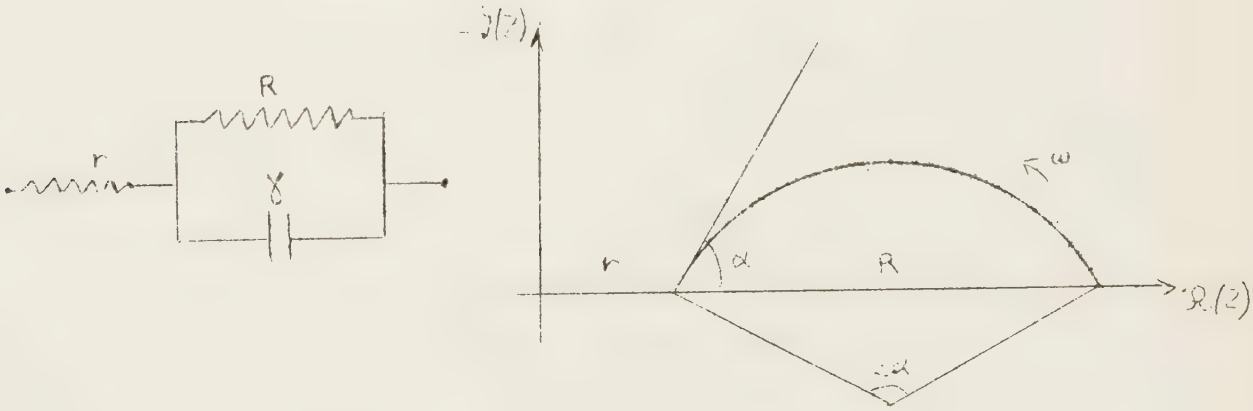
* Modèle de BURNS, 1950 (51) :



Il est strictement équivalent à celui de PHILIPPSON.

b) Modèles non linéaires

* Modèle de PHILIPPSON - COLE, 1928 :



Cette fois, γ est une "capacité de polarisation" dont l'admittance complexe est $Y = \gamma \cdot (j\omega)^m$, avec m compris entre 0 et 1. Le diagramme a la forme indiquée ci-dessus.

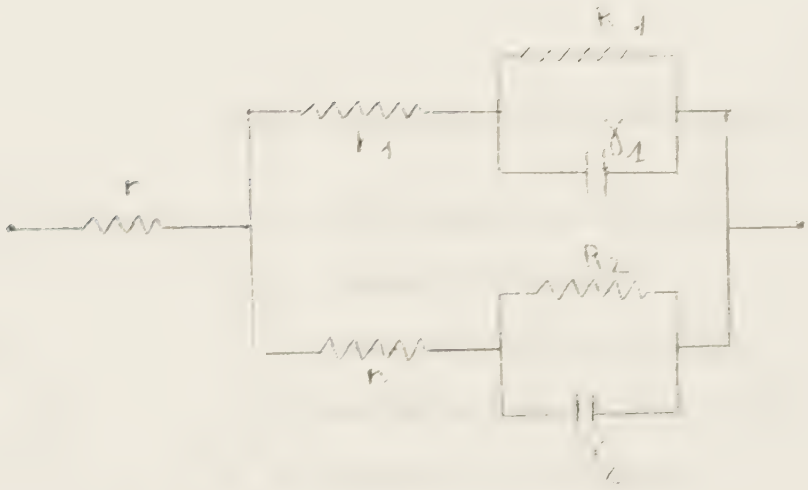
Si ce schéma représente assez bien le phénomène biologique, il ne peut néanmoins rendre compte des points d'inflexion qui apparaissent sur les diagrammes expérimentaux dans la zone des très basses fréquences.

* Modèle de STROHL, 1930 (45) :

STROHL propose un schéma qui rende compte des différentes couches de tissus. Il s'agit en fait de deux modèles de PHILIPPSON-COLE mis en parallèle :

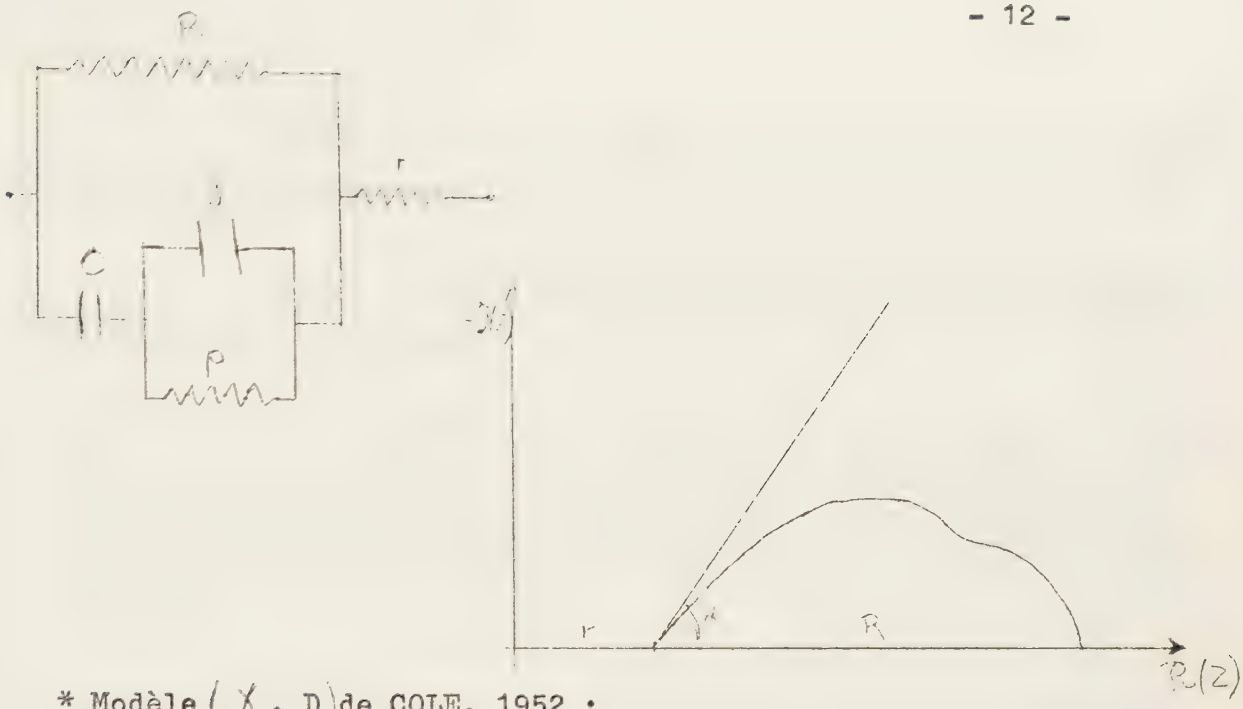
- le premier représente la peau
- le second représente les glandes cutanées
- la résistance r représente les plans profonds.

La complexité de ce modèle le rend évidemment peu maniable.

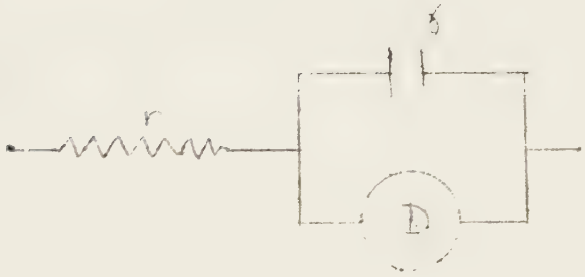


* Modèle (δ, ρ) de COLE, 1949 :

On met en série une capacité classique et une capacité de polarisation shuntée par une résistance ; on fait ainsi apparaître un point d'inflexion sur le diagramme.



* Modèle (γ , D) de COLE, 1952 :



D est une "cellule de diffusion".

Si l'on note ρ la résistance mécanique au frottement visqueux

ε la charge élémentaire

E le champ électrique appliqué

n la concentration en ions / cm^3

k la constante de Bolzmann

T la température absolue,

l'équation donnant la conduction s'écrit

$$\rho \frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(n \varepsilon E - k T \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

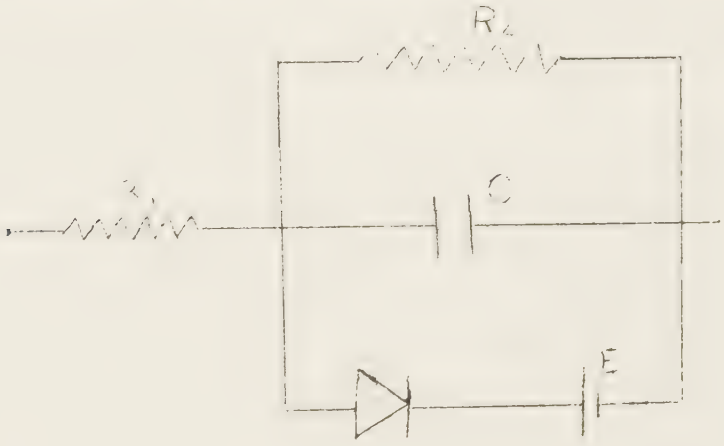
Dans le cas d'un champ constant, le système se comporte comme un redresseur.

Dans le cas d'un champ périodique, il faut décomposer le signal en harmoniques.

L'inconvénient de ce modèle est qu'il nécessite l'analyse chimique du milieu, ce qui est délicat pour des mesures in vivo. On obtient un diagramme d'impédance de même allure que pour le modèle " γ , ρ ".

* Modèle à redresseur de MUELLER et al, 1952 :

On cherche ici surtout à rendre compte du phénomène de seuil de tension à partir duquel l'impédance chute (52)(cf page 7).



Depuis, aucun autre modèle n'a été proposé et l'on rencontre le plus souvent l'approximation de PHILIPPSON-COLE. Plusieurs auteurs font le voeu de voir entreprendre une analogie avec les semiconducteurs, mais rien à notre connaissance n'a été jusqu'ici publié dans ce sens.

En fait, il est remarquable que tous les modèles cités plus haut sont des schémas équivalents approchés d'un diélectrique réel et que les résultats obtenus par les médecins recoupent souvent ceux obtenus par les physiciens du solide. C'est dans cet esprit que travaille actuellement à Lille l'équipe du Professeur LEBRUN sur les propriétés diélectriques des végétaux en particulier (56).

Il faut toutefois noter que l'expérimentation sur l'homme vivant pose des problèmes bien particuliers : il n'est évidemment pas question pour nous de découper l'échantillon afin de lui donner une forme géométrique particulièrement propice aux calculs théoriques, ni de l'enfermer dans un boitier hermétique qui forme blindage contre les innombrables parasites qu'il collecte.

***

CHAPITRE II - ELABORATION DE LA TECHNIQUE EXPERIMENTALE

1) DESCRIPTION DE LA CHAINE DE MESURE

A) Système de mesure

Nous nous proposons donc de mesurer l'impédance de la peau en courant alternatif de basse fréquence. Nous avons adopté, après plusieurs tâtonnements, le dispositif expérimental suivant, représenté sur la planche II-1.

Le sujet reçoit le courant i provenant d'un générateur TBF (Waveteck 142) par l'intermédiaire d'une résistance de limitation de courant R_L de quelques mégohms, et de deux électrodes d'injection de courant.

La tension v produite par i aux bornes de l'impédance à mesurer - nous verrons plus loin la signification de cette expression - est envoyée à l'entrée d'un amplificateur différentiel à très grande impédance d'entrée dont la sortie est reliée à un oscilloscope (Téléquipment D 67). La mesure de l'amplitude de la tension de sortie V est effectuée par lecture de la tension crête à crête sur l'écran de l'oscilloscope dont les amplificateurs à liaison directe ont été étalonnés, cette méthode ayant l'avantage de ne pas limiter vers le bas la bande passante de notre chaine de mesure.

La mesure de la phase se fait à l'aide d'un périodemètre intervallomètre (Hewlett Packard 5326 B). L'entrée A de référence est attaquée directement par la tension U provenant du générateur TBF (niveau de déclanchement : + 0 V, front montant). Dans le cas où la résistance R_L peut être considérée comme grande devant l'impédance à mesurer, la phase de tension U est assimilée, avec

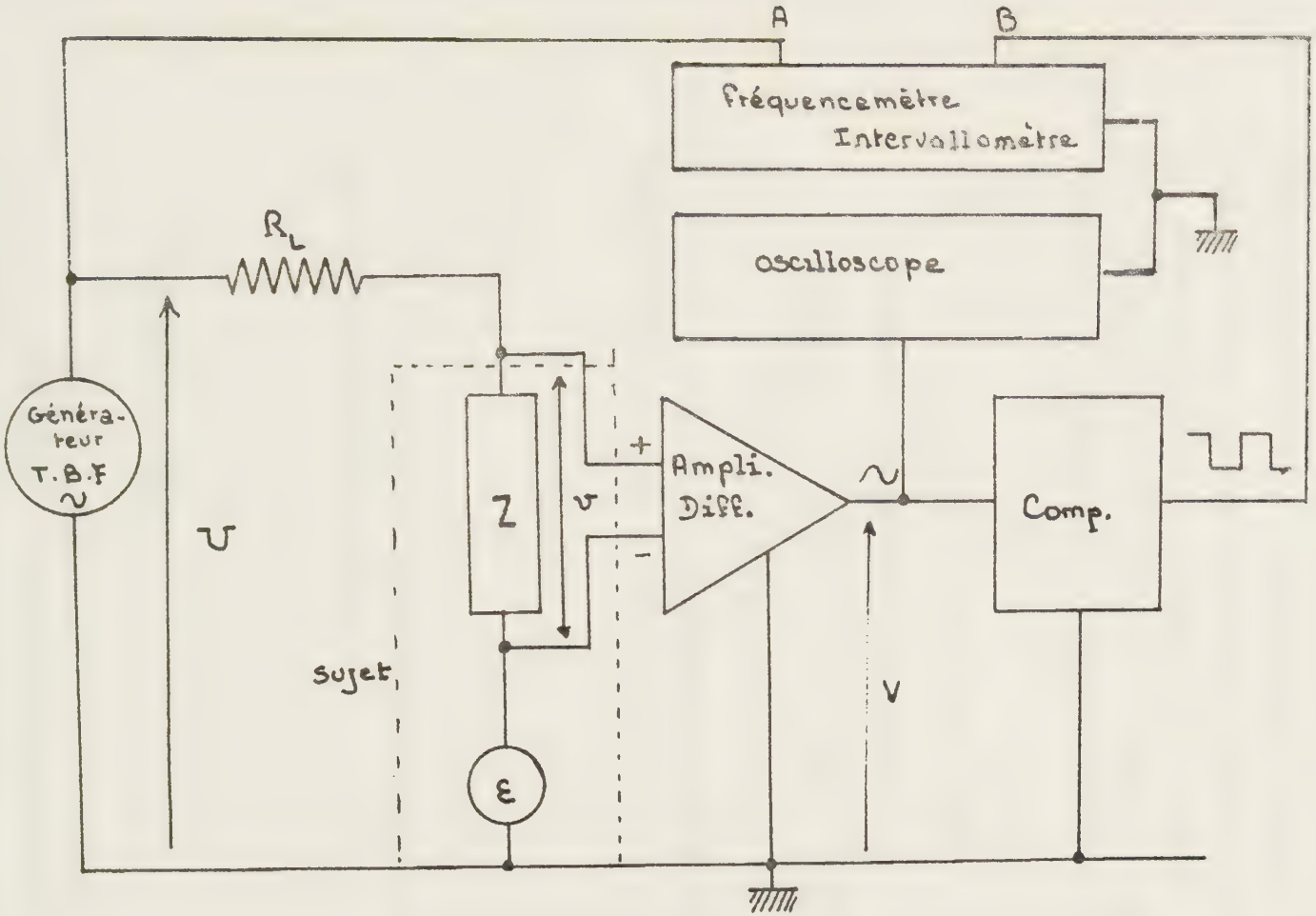


Planche II.1 Chaine de mesure.

une bonne précision, à celle du courant i. Si cette condition n'est pas réalisée, une correction doit être effectuée (voir § 2 de ce chapître).

L'entrée B doit être attaquée par le signal sortant de l'amplificateur différentiel. Mais cet amplificateur délivre également un niveau continu non constant du fait de sa bande passante partant de zéro. Nous avons donc été contraint de faire passer ce signal dans un comparateur rapide, monté en inverseur, qui délivre des créneaux de 0 à 15 V, quelles que soient l'amplitude et la valeur moyenne du signal d'entrée. Ce sont ces créneaux qui attaquent l'entrée B du fréquencemètre intervallomètre (niveau de déclanchement : + 10 V, front descendant).

La mesure du déphasage s'effectue en deux temps :

- mesure de la période T_p du signal A
- mesure de l'intervalle de temps T_i entre de déclanchement de A et celui de B

L'angle de déphasage α est donné simplement par une règle de trois :

$$\alpha = 2\pi \cdot \frac{T_i}{T_p}$$

Nous allons maintenant étudier en détail les éléments constitutifs de cette chaine.

B) Les électrodes

Nous avons réalisé des électrodes en argent chloruré, ces électrodes étant, d'après la bibliographie, celles qui présentent le potentiel d'électrode le plus stable au cours du temps. Deux modèles ont été réalisés :

- le modèle I, de 16 mm de diamètre
- le modèle II, de 6 mm de diamètre.

La surface de ces électrodes non destinée à la conduction est isolée par vaporisation d'une matière plastique utilisée en électronique pour l'isolement des circuits imprimés, et que l'on trouve sous forme d'une bombe aérosol.

La chloruration anodique est faite suivant la technique recommandée par JANZ et IVES (34). Les électrodes sont immergées dans un bain d'acide chlorydrique 0,75 Molaire. On y fait alors passer, pendant une heure, une densité de courant de 50 $\mu A/mm^2$, ce qui correspond à une intensité de 10 mA pour le type I et de 1,5 mA pour le type II.

La source de courant est utilisée très classiquement à l'aide d'une alimentation haute tension (CRC ALS 82 B de 100 V) et d'un montage régulateur de courant utilisant un transistor de puissance (2 N 3055) et d'une diode Zéner. L'utilisation d'une tension élevée est justifiée par le fait que le potentiel d'électrode varie considérablement au cours de la chloruration.

Nous avons mesuré la résistance de ces électrodes en courant continu. Pour cela, nous avons placé face contre face deux électrodes de même type, en les enduisant de la pâte conductrice utilisée pour assurer le contact sur la peau des sujets (Alvar). Les valeurs indiquées concernent donc deux électrodes en série.

Nous avons obtenu, à l'aide de l'ohmmètre d'un multimètre numérique (Preston)
- pour deux électrodes de type I : 370 Ω
- pour deux électrodes de type II : 950 Ω

Il sera donc parfaitement justifié, dans la suite de ce travail, de négliger l'impédance de ces électrodes devant les impédances mesurées.

Pour effectuer les mesures, les électrodes sont fixées sur un barreau en plexiglass (de résistivité environ $10^{11}\Omega$ .cm) percé de trous dans lesquels elles sont maintenues par des vis en matière plastique. Sur ce barreau est également fixé le support de la résistance R_L qui est une résistance à couche de carbone.

Notons enfin que les électrodes sont raccordées aux circuits de mesure à l'aide de câble coaxial miniature (Filotex) afin d'assurer une plus grande souplesse ; ces câbles sont reliés aux électrodes par des fiches bananes de 2 mm, et aux circuits par des prises coaxiales de la série miniature "Subclic" (de Radiall).

C) L'amplificateur différentiel (63, 64)

L'amplificateur différentiel a été conçu dans plusieurs buts :

- d'abord fournir des étages d'entrée ayant un faible bruit propre et une haute impédance d'entrée
- assurer un gain à la fois important et réglable
- offrir une bande passante allant du continu à plusieurs dizaines de kilohertz, et ceci avec des excursions de sortie relativement importantes et sans distorsion.

Partant de ces contraintes, nous avons été amené à choisir des amplificateurs opérationnels intégrés.

Les étages d'entrée sont constitués d'amplificateurs hybrides à transistors à effet de champ, qui assurent une impédance d'entrée élevée et un faible bruit, tout en ayant une vitesse de balayage suffisante.

L'étage de sortie est constitué par un amplificateur monolithique LM 301 A. La technique de compensation en fréquence

par avance de phase lui permet d'avoir une bande passante et une vitesse de balayage correspondant à nos besoins.

Le schéma de l'amplificateur différentiel est celui de la planche II,2. On remarquera que nous nous sommes attachés à utiliser des composants courants et relativement bon marché : les amplificateurs A_1 et A_2 sont des 40 J de Analog Devices , ils ont une impédance d'entrée différentielle de $10^{11}\,\Omega$ et la même impédance de mode commun. Leur bande passante en grands signaux est de 100 kHz avec une pente de 6 V/μsec. Le bruit à l'entrée est, sur toute la gamme de fréquence, inférieur à 7 μV crête à crête. Ce critère n'est d'ailleurs pas primordial ici, puisque ces deux amplificateurs traitent séparément le signal de mode commun.

L'amplificateur A_3 est un 144 K de Analog Devices, module hybride à effet de champ. Il a été choisi pour son faible bruit propre à l'entrée puisque c'est lui qui réalise la fonction différence. Ce bruit propre est égal à 2 μV crête à crête. Ses performances dynamiques sont comparables à celles du 40 J.

Notons que le montage choisi permet de régler le gain de l'amplificateur différentiel à l'aide d'une seule résistance.

L'amplificateur A_4 est un LM 301 A de National Semiconducteur. Il utilise ici une astucieuse compensation en fréquence (65) qui courtcircuite les p.n.p. latéraux de l'amplificateur opérationnel et assure une bande passante en grands signaux de 250 kHz avec une pente pouvant atteindre 10 V/μsec.

Les différents gains sont obtenus en jouant sur les 4 commutateurs C_1, C_2, C_3 et C_4.

A_1, A_2 40J Analog Devices
A_3 144K Analog Devices
A_4 LM301A National Semiconductor
P_1, P_2, P_3, P_4 Potentiomètres 10 kΩ de Bourns

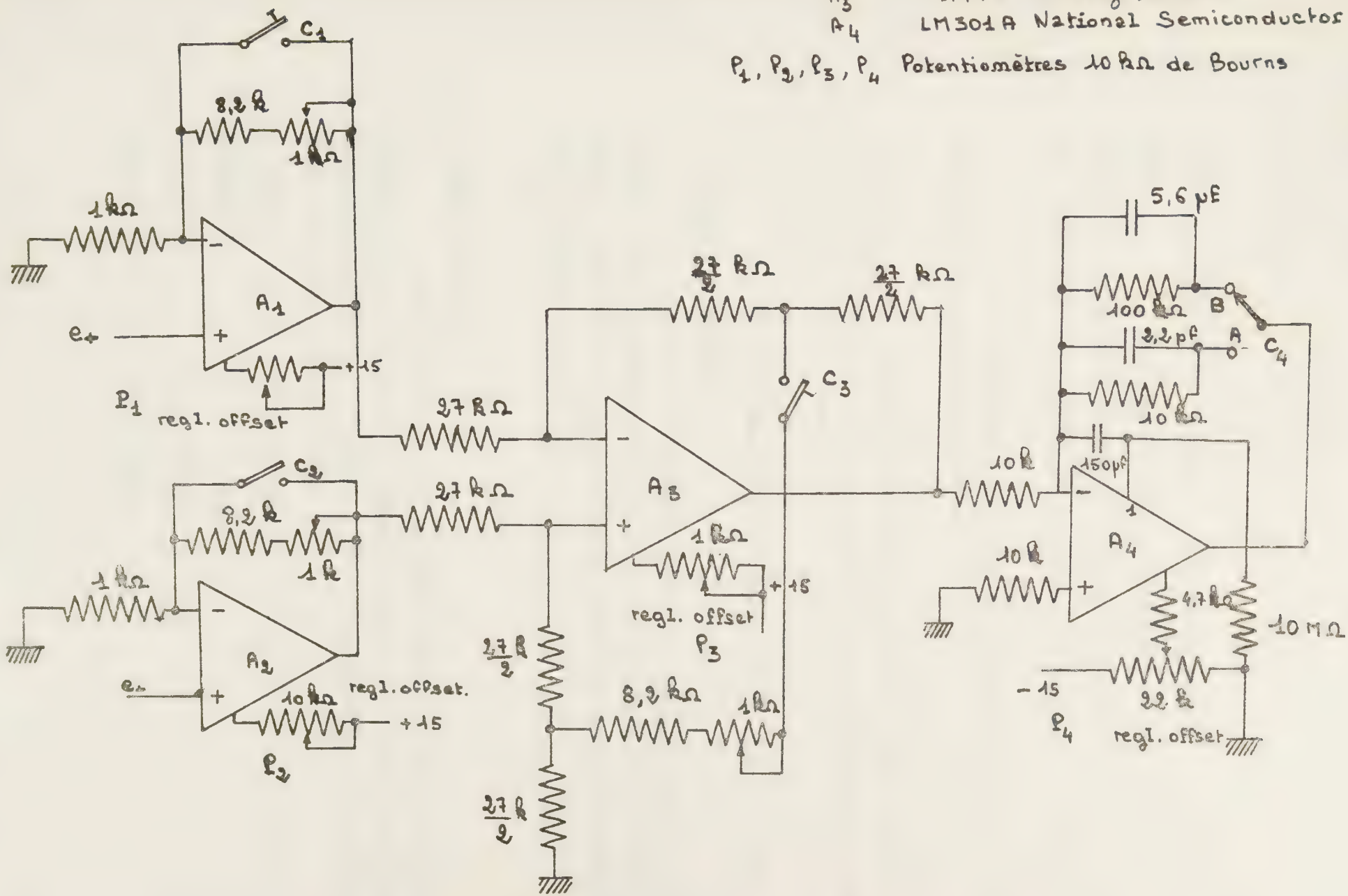


Planche II.2. Amplificateur Différentiel

gain 1 : C_1 et C_2 fermés, C_3 ouvert, C_4 en A

gain 10 : C_1 et C_2 ouverts, C_3 ouvert, C_4 en A

gain 100 : C_1 et C_2 ouverts, C_3 fermé, C_4 en A

gain 1 000 : C_1 et C_2 ouverts, C_3 fermé, C_4 en B.

On remarquera enfin que chacun des amplificateurs est muni de sa compensation d'offset.

Les lignes d'alimentation ainsi que leurs capacités de découplages réparties sur la plaque de circuit imprimé, n'ont pas été figurées sur les schémas.

Les performances de l'amplificateur sont les suivantes:

- impédance d'entrée :

Elle est si élevée qu'elle est inaccessible à notre mesure. Dans la configuration donnée, on peut admettre qu'elle est égale à l'impédance d'entrée de mode commun des amplificateurs A_1 et A_2, soit environ $10^{11}\ \Omega$.

- bande passante :

Nous avons mesuré la bande passante à 0 db de l'amplificateur sur ses différentes gammes. Nous avons trouvé, pour une tension de sortie de 2 V crête à crête non déformée et sans déphasage visible à l'oscilloscope

en gain 1 F_c = 250 kHz

en gain 10 F_c = 170 kHz

en gain 100 F_c = 100 kHz

en gain 1 000 F_c = 40 kHz.

- taux de réjéction :

Il est le même, quel que soit le gain, ce qui est normal d'après la structure de l'amplificateur.

A 100 Hz, il est légèrement supérieur à 5 000.

- bruit propre :

Ramené à l'entrée, il est compris entre 15 et 20 μ V crête à crête.

Précision de nos mesures d'amplitude

Les amplificateurs ayant été été étalonnés correctement, il nous faut maintenant évaluer la précision de nos mesures. L'amplitude est mesurée crête à crête sur l'écran de l'oscilloscope. Cet écran est divisé horizontalement en 8 divisions, chacune étant elle-même divisée en 5 parties égales. Nous pouvons apprécier facilement la moitié d'une de ces divisions, soit une incertitude absolue d'un dixième de division.

L'amplitude du signal est évidemment variable, mais nous pouvons jouer sur la sensibilité de l'oscilloscope de manière à n'avoir jamais une amplitude inférieure à 3 divisions, l'amplitude la plus courante se situant entre 5 et 7 divisions.

Nous aurons donc toujours une incertitude relative inférieure à

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{0,1}{3} = \frac{1}{30} = 3,3\ \%$$

D) Le comparateur (66)

La difficulté rencontrée dans la mesure de la phase provient de ce que le signal de l'amplificateur a une valeur moyenne non nulle, due à l'activité électrodermale du sujet, dépendant donc du sujet et du gain de l'amplificateur différentiel. Il ne nous est pas possible d'éliminer cette composante continue, sous peine de provoquer des déphasages importants dans la région des très basses fréquences. Nous proposons donc le montage de la planche II-3.

On remarquera que le signal est envoyé sur l'entrée inverseuse d'un comparateur monolithique, alors que l'entrée non inverseuse reçoit le même signal à travers un filtre passif passe-bas du second ordre. Ceci revient à comparer le signal avec sa valeur moyenne. Le signal de sortie du comparateur basculera donc au passage à zéro de la partie alternative du signal de sortie de l'amplificateur. C'est ce signal qui est envoyé sur la voie B du fréquencemètre. Il nous est ainsi possible d'afficher sur celui-ci un niveau de déclanchement fixe, indépendemment des conditions de mesure.

Le comparateur est un LM 211 de National Semiconductor, choisi à cause de sa grande souplesse d'emploi, particulièrement de la compatibilité de ses tensions d'alimentation avec celles des autres circuits intégrés utilisés.

Le filtre passe-bas a une fonction de transfert de la forme

$$A = \frac{1}{1 + 3\,RCp + R^2C^2p^2}$$

Nous avons réalisé un système à l'aide de deux capacités de 500 μF, qui donne (voir page 27) des résultats satisfaisants jusqu'à 0,1 Hz. L'inconvénient de ce dispositif est évidemment

Comp. LM211 (N.S.)

$D_1 . D_2$: 15 P1 (SESCOSEM)

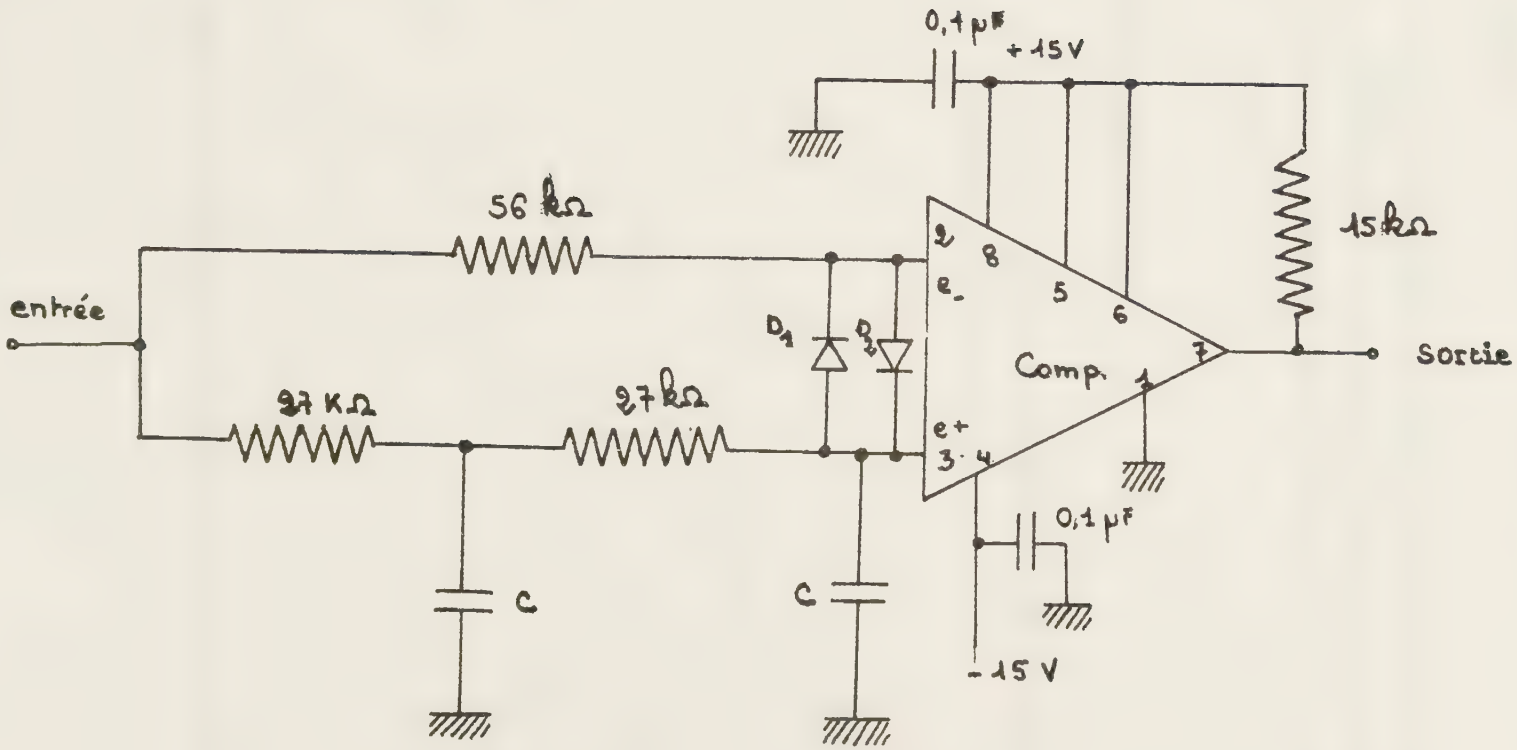


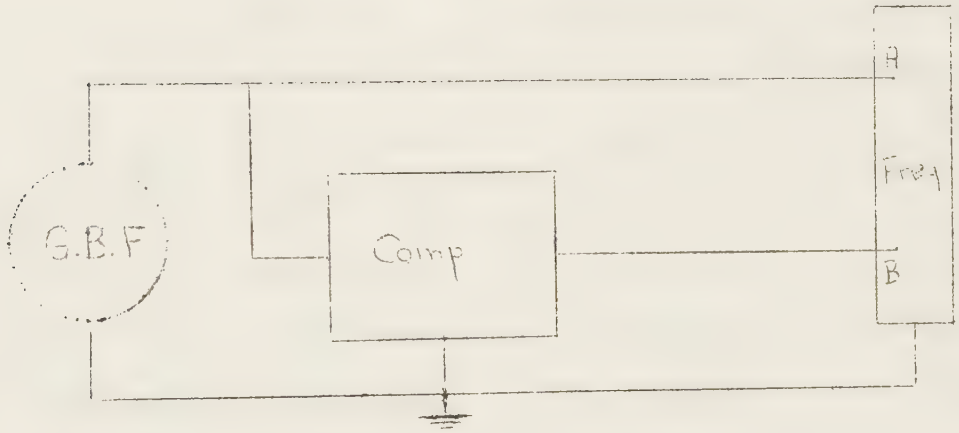
Planche II.3 Comparateur

lié à la fréquence de coupure : si le niveau continu vient à varier au cours de la mesure, par exemple lors du changement de gamme de l'amplificateur différentiel, ou lors d'un réflexe psycho-galvanique, le comparateur demandera environ 4 minutes avant de se stabiliser à la valeur exacte.

Afin de permettre des mesures plus rapides dans le cas où une bande passante moins large serait demandée, nous avons réalisé un autre montage à l'aide de capacités de 100 µF. La mesure est alors inférieure à la minute.

Précision de la mesure d'angle

Nous avons testé la précision de notre système de mesure d'angle à l'aide du montage suivant :



Nous avons obtenu les résultats suivants, pour les deux montages distincts :

Avec C = 500 μF

F Hz	Période	Intervalle A.B	Erreur en degrés
10 kHz	104 μsec	9,1 μsec	31 °
1 kHz	1 029 μsec	150 μsec	4,1 °
500 Hz	1 971 μsec	11 μsec	2 °
100 "	10,35 msec	25 μsec	0,9 °
10 "	100,8 msec	270 μsec	0,9 °
1 "	1 003 msec	2,46 msec	0,8 °
0,1 Hz	10 063 msec	21 msec	0,7 °
0,075 Hz	13 250 msec	6 706 msec	160 °
0,050 Hz	19 831 msec	10 011 msec	180 °

Avec C = 100 μF

F Hz	Période	Intervalle A.B	Erreur en degrés
14 Hz	1 001 μ sec	2,6 μsec	0,5 °
100 "	9 998 μ sec	33 μsec	1,2 °
10 "	99,97 msec	340 μ sec	1,2 °
1 "	996 msec	2,59 msec	0,87 °
0,5 Hz	1 987 msec	4,63 msec	0,84 °
0,1 Hz	9 531 msec	9 430 msec	355 °

E) Alimentation

L'alimentation double + 15 V, - 15 V est réalisée à l'aide de deux circuits intégrés régulateurs de National Semiconductor LM 304 (régulateur négatif) et LM 305 (régulateur positif) asservis l'un à l'autre.

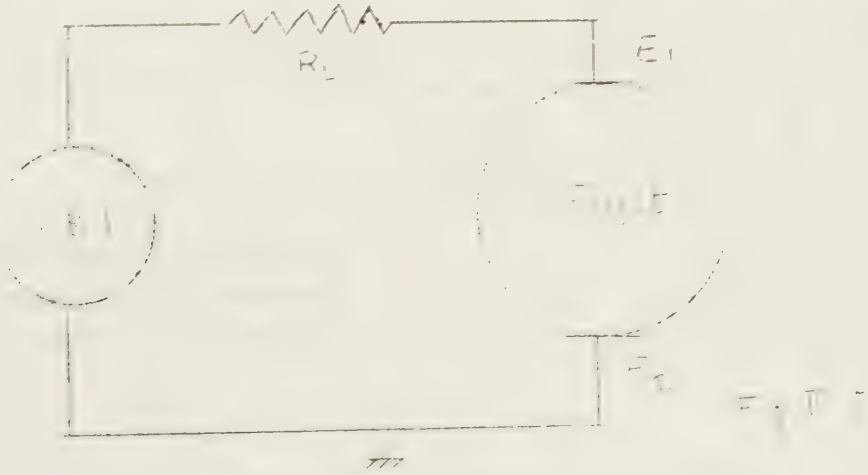
L'amplification du courant de sortie jusqu'à 200 mA est obtenue par les transistors 2 N 3740 montés en ballast. Le schéma complet est donné par la planche II-4.

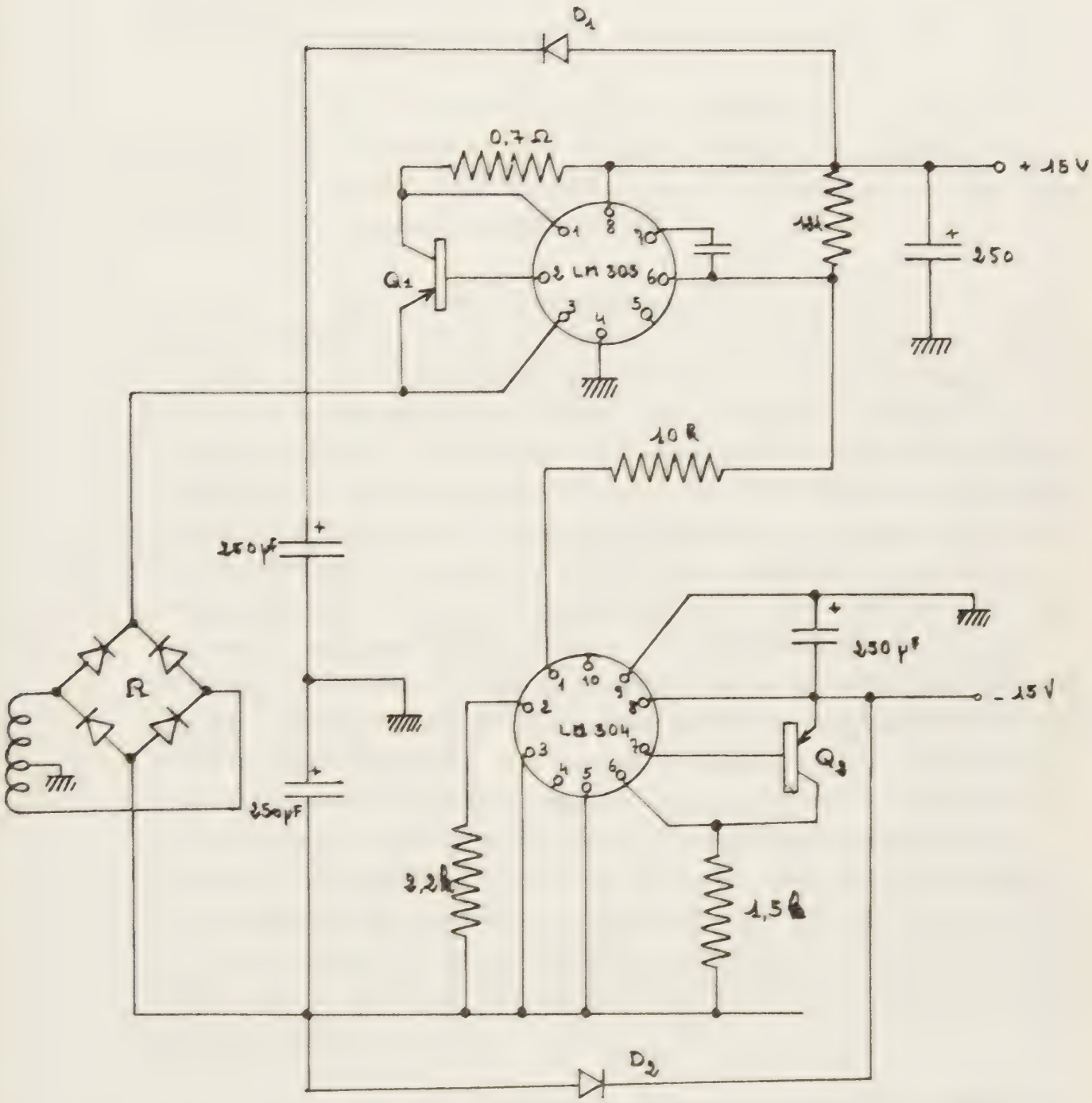
Notons que le transformateur d'alimentation est enfermé dans un coffret de cuivre afin d'éviter le rayonnement du 50 Hz sur les systèmes de mesure.

2) QUE MESURONS-NOUS ?

A) Les problèmes de mise à la masse du sujet

Rappelons brièvement le schéma expérimental. Le sujet reçoit le courant par l'intermédiaire d'une forte résistance série R_L qui est connectée à une électrode que nous coterons E_1. Le retour du courant s'effectue par l'électrode E_2, identique à E_1, qui est connectée à la masse du circuit, qui est elle-même connectée à la terre (figure II-5).





R = MDA 920A3 (MOTOROLA)
D_1, D_2 = 1N4148 (SESCOSEM)
Q_1, Q_2 = 2N3740 (MOTOROLA)

Planche II.4 Alimentation stabilisée

Si l'on observe alors la tension V_1, on constate que le signal est modulé par du 50 Hz dans des proportions considérables, pouvant atteindre 40 à 50 %, le corps du sujet servant d'antenne ; ceci interdit toute technique de mesure de type Lissajous.

Pour limiter cet effet d'antenne, nous avons placé le sujet sur un fauteuil en bois et cuir, et ses pieds reposent sur un tapis en mousse de polyéthylène, mais ces précautions sont évidemment très largement insuffisantes.

Nous avons alors cherché à mettre le sujet à la masse afin d'éliminer ce 50 Hz, en utilisant une large électrode d'argent utilisée en électrocardiographie. Nous avons essayé de placer cette électrode en plusieurs endroits du corps du sujet, d'abord au voisinage du système d'électrodes de mesure, mais sans succès notable, ensuite en plaçant cette électrode en des lieux réputés comme présentant des impédances cutanées très faibles : la paume de la main et l'articulation interne du pied (cette dernière est utilisée en cardiographie et électroencéphalographie). L'inconvénient de toutes ces techniques est le suivant : on observe à chaque fois une atténuation notable du signal basse fréquence en même temps que du signal à 50 Hz, ce qui montre qu'une partie non négligeable du courant est détournée dans l'électrode de masse, même si elle est située loin des électrodes de mesure, ce qui revient à la mettre en parallèle sur l'électrode E_2. Mais cette atténuation dépend de la qualité du contact de l'électrode de masse, tout particulièrement de la pression de celle-ci : ce phénomène est mis en évidence d'une manière frappante, bien que purement qualitative, en plaçant l'électrode dans la paume de la main du sujet et en le faisant serrer plus ou moins fort.

Il est donc exclus pour nous d'obtenir des mesures répétitives, donc significatives et par là comparables, en utilisant une électrode de masse cutanée. Ces remarques tendent à corroborer l'hypothèse émise par de nombreux chercheurs que les tissus internes du corps, à cause de leur grande irrigation sanguine, se comportent vis à vis de la peau comme un court-circuit (45, 48, 60).

L'introduction d'une électrode de masse cutanée revient donc à faire varier la surface et la localisation de E_2, donc l'impédance de la peau située sous cette électrode.

Partant de ces considérations, nous proposons alors de relier l'électrode de masse aux tissus internes en ne présentant qu'une impédance de contact faible et stable ; il existe en effet une partie du corps humain facilement accessible et en relation quasiment directe avec les tissus internes : il s'agit des muqueuses tapissant la cavité buccale, la salive assurant un bon contact humide qui évite toute influence de la pression.

Nous avons donc placé une électrode de masse dans la bouche de notre sujet. On obtient alors une totale suppression du 50 Hz d'une part, et d'autre part pour une configuration donnée d'électrodes sur un sujet donné, une complète répétitivité de l'atténuation de l'amplitude du signal basse fréquence, sous réserve que les électrodes soient stabilisées.

Devant le succès de cette expérience, nous proposons maintenant un modèle de conduction et de répartition du courant entre la peau et les tissus sous-jacents que nous essaierons de vérifier.

B) Hypothèses

Les deux hypothèses ci-dessous sont proposées en première approximation. Elles sont résumées sur le schéma de la planche II-6.

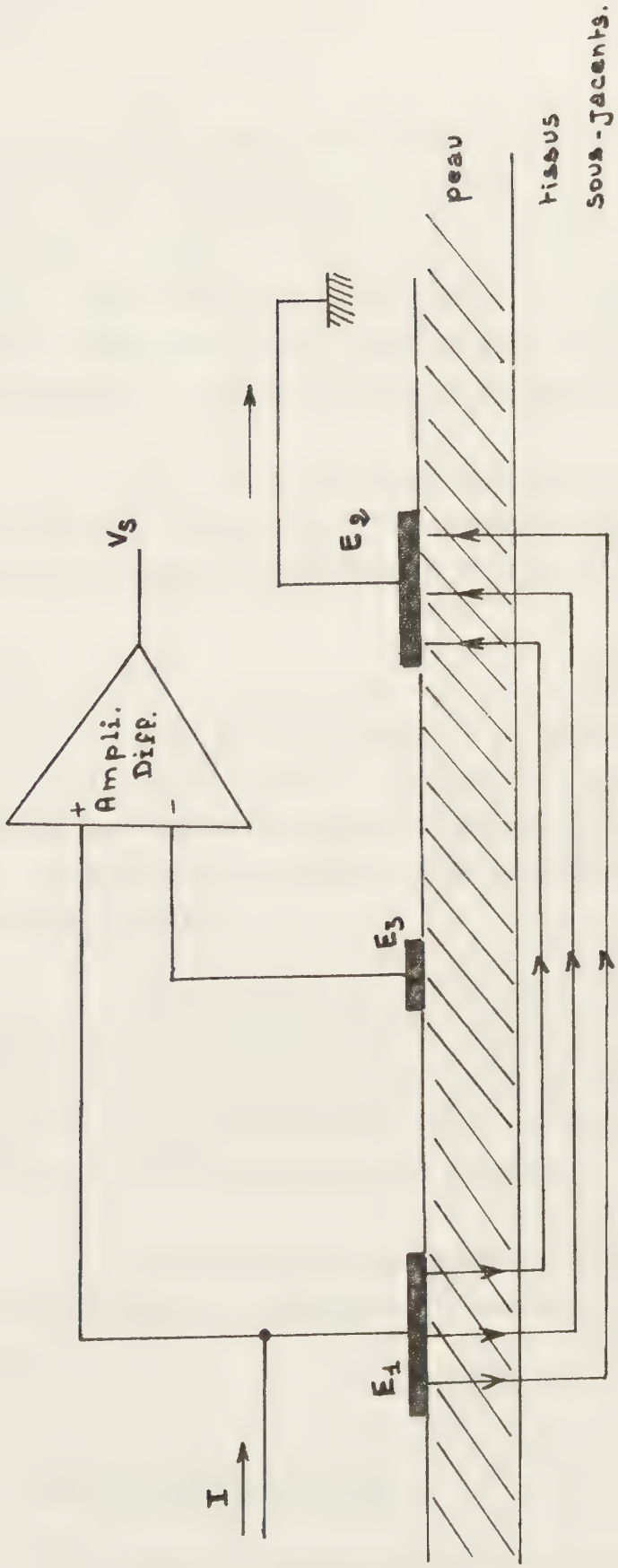


Planche II.6. Repartition des lignes de courant

a) Les tissus internes ont une impédance négligeable devant celle de la peau dans la gamme des basses fréquences jusqu'à environ 1 kHz. De ce fait, lorsqu'on injecte du courant par une électrode en contact avec la surface de la peau, le courant traverse la peau sous l'électrode, normalement à celle-ci, et la quasi totalité du courant rejoint l'électrode de retour par les tissus, ne retraversant la peau qu'au niveau de cette seconde électrode.

Si l'on place alors une électrode de masse ayant une impédance très faible et un bon contact avec les tissus internes, on court-circuite l'électrode de retour de courant.

b) Si l'on place sur la surface de la peau une électrode distincte des deux électrodes de courant, reliée à un amplificateur à très haute impédance d'entrée, on mesure alors le potentiel des tissus sous-jacents. Nous appellerons électrode de tension une telle électrode.

En particulier, relions l'entrée non inverseuse d'un amplificateur différentiel à une électrode de courant (E_1), et son entrée inverseuse à une électrode de tension. On mesure alors, en première approximation, la chute de tension dans la portion de peau située sous l'électrode de courant.

Nous allons maintenant justifier nos hypothèses en vérifiant plusieurs conséquences du choix de ce modèle.

C) Première vérification

Cette première vérification porte sur le fractionnement des amplitudes aux bornes des diverses électrodes.

Ces électrodes sont réparties à l'intérieur de l'avant-bras droit du sujet, dans des positions correspondant à la planche II-6. E_1 et E_2 sont deux électrodes de courant du type I, E_3 est une électrode de tension du type II. E_1 est située au niveau du poignet, E_2 un peu devant l'articulation du coude, E_3 est équidiatante des deux électrodes de courant.

Cette série de mesures est effectuée à 100 Hz, avec une résistance R_L de 1 MΩ , le gain de l'amplificateur étant égal à 1. Nous effectuons 6 mesures successives :

1 - tension entre l'électrode E_1 et la masse, soit V_1

2 - tension entre l'électrode E_3 et la masse, soit V_2
Cette tension, selon nos hypothèses, représente la chute de tension dans la peau sous l'électrode E_2

3 - tension différentielle entre E_1 et E_3, soit V_3
Cette tension, selon nos hypothèses, représente la chute de tension dans la peau sous l'électrode E_1
Nous avons évidemment $V_1 = V_2 + V_3$

4 - tension entre l'électrode E_1 et la masse, le sujet étant mis à la masse par une électrode buccale, soit V_4
Si nos hypothèses sont justifiées, nous devons alors avoir $V_4 = V_3$

5 - même expérience que 4 - , mais en déconnectant l'électrode E_2 de retour de courant. On doit vérifier que cette ouverture du circuit ne modifie pas la mesure $V_5 = V_4$

6 - tension entre l'électrode E_3 et la masse, le sujet étant toujours à la masse par une électrode buccale, soit V_6
Nous devons trouver une tension nulle, ou tout au moins une tension négligeable devant V_2 et V_3 .

Le tableau suivant donne les résultats de cette expérience :

	nombre de divisions	sensibilité V/div.	V_i V crête à crête
1	7,6	0,5	3,8
2	6,4	0,2	1,28
3	5	0,5	2,5
4	5	0,5	2,5
5	5	0,5	2,5
6	2	10 mV	20 mV

Nous avons vérifié à l'oscilloscope que le déphasage entre la tension de sortie du générateur et la tension V_i restait fixe dans les expériences 1 à 5, aux alentours de 70 degrés. Par contre, la tension résiduelle V_6 a une phase complètement différente (environ - 40 degrés).

On vérifie bien que $V_2 + V_3 \neq V_1$

et que $V_3 = V_4 = V_5$

Enfin, V_6 est bien négligeable devant V_3, puisqu'il correspond à une erreur relative de 0,8 % sur cette tension, ce qui est bien inférieur à la pression de notre mesure. Nous considérons donc cette première vérification comme concluante.

2 - à environ 40 Hz, période exacte de U : 24,95 msec
$V_3 = 2,60\ V_{cc}$

électrode	intervalle de temps msec	déphasage degrés
T_1	4,53	65° 40'
T_2	4,54	65° 40'
T_3	4,53	65° 40'
T_4	4,53	65° 40'

3 - à environ 10 Hz, période exacte de U : 100,6 msec
$V_{cc} = 12\ V$

électrode	intervalle de temps msec	déphasage degrés
T_1	11,35	41° 15'
T_2	11,58	41° 35'
T_3	11,56	41° 40'
T_4	11,45	41°

E) Corrections à apporter aux mesures

La prochaine vérification fera appel aux corrections à apporter aux valeurs mesurées afin d'en déduire les paramètres de l'impédance de la peau. Nous supposons ici encore que nos hypothèses sont vérifiées.

Traçons le diagramme de Fresnel du système mesuré, le sujet étant mis à la masse par une électrode buccale. Nous supposons donc que la tension V aux bornes de la peau est ramenée à la masse. On a alors la configuration de la figure II-7.

Soient $\overline{U}$ la tension fournie par le générateur

$\overline{V}$ la tension mesurée

$\overline{I}$ l'intensité

α l'angle de déphasage mesuré

β l'angle de phase de l'impédance Z

ε le déphasage entre U et le courant I.

On a bien évidemment $\beta = \alpha + \varepsilon$

$$h = V \sin \beta = U \sin \varepsilon$$

$$\sin \varepsilon = \frac{V}{U} \sin \beta = \frac{V}{U} \sin (\alpha + \varepsilon)$$

soit $$\sin \varepsilon = \frac{V}{U} (\sin \alpha \cos \varepsilon + \sin \varepsilon \cos \alpha)$$

$$\sin \varepsilon \left(1 - \frac{V}{U} \cos \alpha\right) = \frac{V}{U} \sin \alpha \cos \varepsilon$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{V}{U} \frac{\sin \alpha}{1 - \frac{V}{U} \cos \alpha} = \frac{V \sin \alpha}{U - V \cos \alpha}$$

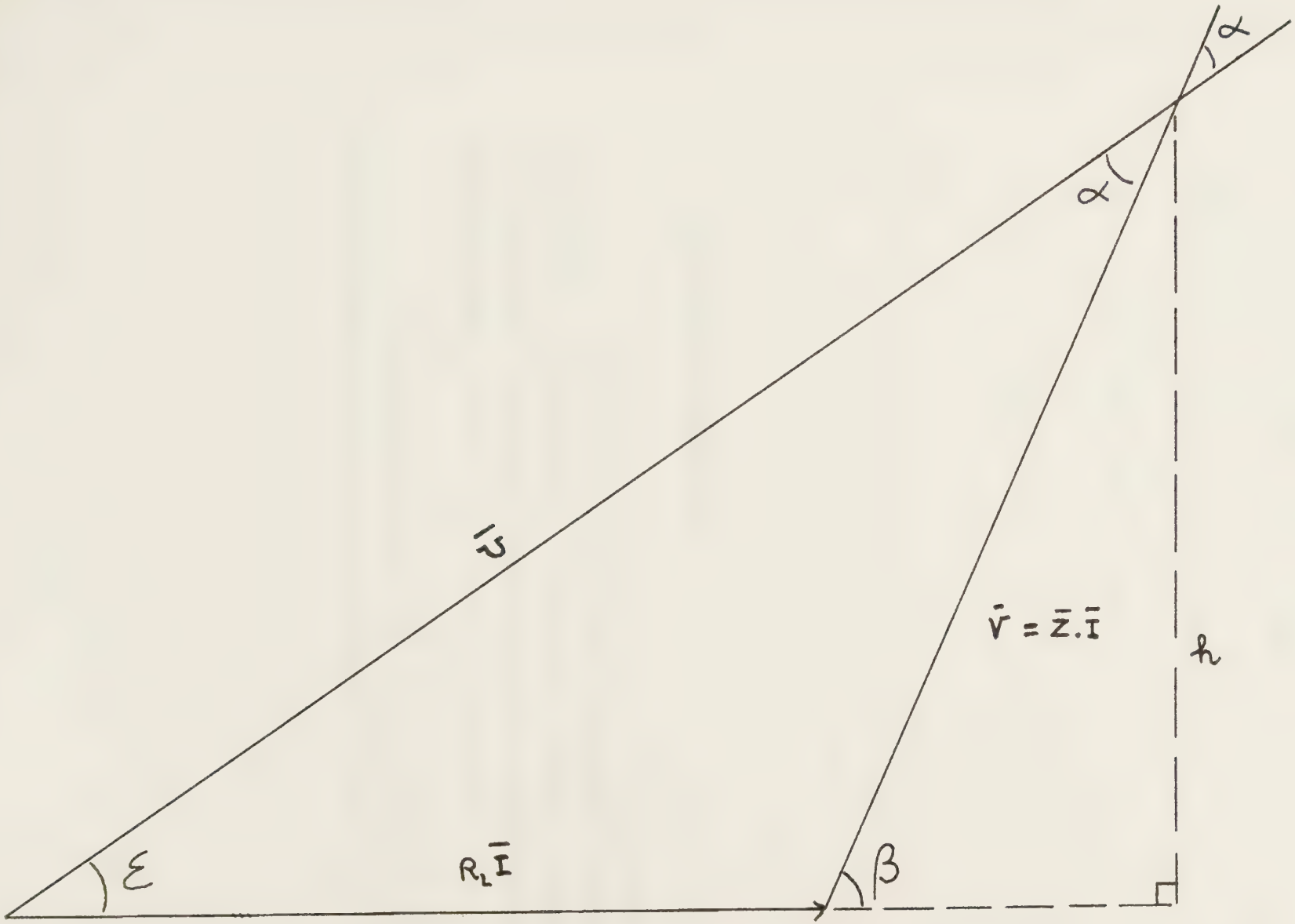


DIAGRAMME DE FRESNEL

d'où

$$\boxed{\beta = \alpha + \operatorname{Arctg}\left(\frac{V \sin \alpha}{U - V \cos \alpha}\right)}$$

De même, on peut calculer l'intensité

$$R_L\, I = U \cos \varepsilon - V \cos \beta$$

$$I = \frac{1}{R_L}\left(U \cos \varepsilon - V \cos \beta\right)$$

d'où

$$\boxed{Z = R_L \frac{V}{U \cos \varepsilon - V \cos \beta}}$$

F) Troisième vérification

Nous allons maintenant appliquer ces corrections. Si l'on mesure la même impédance à la même fréquence en utilisant des résistances R_L différentes, on mesure des tensions V et des angles α différents. Néanmoins, les corrections doivent ramener ces mesures aux mêmes valeurs de β et de Z calculées.

Nous avons effectué deux séries de mesures de ce type, à deux fréquences distinces pour 4 résistances R_L distinctes.

1 - à 100 Hz

R_L	V volts	α degrés	ε degrés	β degrés	Z kΩ
0,97 MΩ	2,95	74,6	5,5	80,1	96,7
2,2 MΩ	1,30	78	2,5	80,5	96,7
4,65 MΩ	0,62	79	1,1	80,1	96,9
8 MΩ	0,37	80,7	0,4	81,1	98,1

2 - à 20 Hz

R_L	V volts	α degrés	ε degrés	β degrés	Z kΩ
0,97 MΩ	8,8	52	16	68	335
2,2 MΩ	4,3	61	7,5	68,5	325
4,65 MΩ	2,1	65,7	3,5	69,2	325
8 MΩ	1,28	67,3	2,2	69,5	342

Nous pouvons ainsi constater que les écarts trouvés sont parfaitement compatibles avec la précision des mesures effectuées. Notons également que cette expérience montre au passage que l'impédance Z est indépendante de l'intensité sous laquelle on la mesure.

G) Conclusion

Nous pensons avoir démontré dans ce chapitre que nos hypothèses étaient justifiées, tant que la précision des mesures était inférieure ou égale à celle de la chaine que nous avons utilisée.

Néanmoins, nous insistons sur le fait qu'elles ne constituent qu'une première approximation. Du point de vue expérimental, ceci signifie que nous essaierons de travailler toujours avec une résistance R_L "grande devant Z". Il nous parait en particulier souhaitable que, dans l'expression $\beta = \alpha + \varepsilon$, ε soit effectivement un terme correctif plutôt qu'un terme équivalent à α , de manière à minimiser les erreurs sur le calcul des angles. Nous réaliserons donc nos mesures dans les conditions suivantes :

- les électrodes sont placées sur le sujet environ 20 à 30 minutes avant le début des mesures de manière à obtenir une impédance stable

- le système d'électrodes comprend deux électrodes de courant (de type I) et une électrode de tension (de type II)

- le sujet serre entre les lèvres une électrode de masse en argent pendant toute la durée des mesures

- nous mesurons la tension V aux bornes de celle des deux électrodes de courant qui n'est pas reliée à la masse

- la résistance de limitation de courant R_L est choisie de manière à ce que la tension V mesurée à 100 Hz soit comprise entre 100 et 300 mV

- les mesures sont faites assez rapidement pour que l'on puisse supposer que, pendant la durée de la série de mesures,les caractéristiques de l'impédance de la peau n'ont pas varié ; cette durée dépend évidemment du nombre de points désirés. Nous avons toujours essayé de ne pas dépasser 30 minutes.

Chaque point est caractérisé par trois nombres :

- la tension crête à crête mesurée
- la période du signal T_P
- l'intervalle de temps T_I défini au chapitre précédent.

***

CHAPITRE III - ANALYSE ET TRAITEMENT DU MODELE DE PHILIPPSON-COLE

1) LE MODELE DE PHILIPPSON-COLE

A) Choix du modèle

Nous avons choisi de représenter la peau suivant le schéma de PHILIPPSON-COLE (55), imitant ainsi bon nombre d'auteurs et suivant les conseils du Professeur GOUGEROT (53). Ce modèle est assez ancien ; d'autres ont été proposés depuis, comme nous l'avons indiqué dans le premier chapitre de cet exposé. Nous estimons cependant que ces schémas sont trop souvent compliqués et embrouillent inutilement le dépouillement des résultats de mesure, en introduisant nombre de paramètres dont l'interprétation pratique et la signification physique sont trop souvent obscures.

Le modèle de PHILIPPSON-COLE répartit simplement la conduction entre la peau et les tissus sous-jacents en les caractérisant par deux résistances et une constante de temps - dite temps de relaxation - moyenne. Bien sûr, ce modèle ne rend pas compte d'éventuelles non linéarités, mais les modèles plus complexes ne font guère mieux tant qu'ils n'utilisent que des éléments linéaires.

La capacité à temps de relaxation dispersés de COLE et COLE représente justement un grand nombre de branches linéaires à constantes de temps infiniment voisines, placées en parallèle (57).

Malgré son apparente simplicité, ce modèle nous semble d'une grande richesse, et nous n'en voulons pour preuve que le succès qu'il a rencontré dans l'étude des diélectriques réels. C'est donc à lui que nous allons essayer d'identifier l'impédance cutanée

que nous mesurerons suivant la technique décrite au chapitre précédent.

B) Présentation du modèle

Le modèle choisi représente donc la peau, du point de vue électrique, par le schéma de la figure III-1-a.

est une capacité à temps de relaxation dispersés, suivant le modèle de COLE et COLE, dont l'impédance à la pulsation se met sous la forme

$$Z_{\gamma} = \frac{1}{\gamma \cdot (j\omega)^m}$$

où m est un coefficient caractéristique du diélectrique et compris entre 0 et 1. R_s et R_p représentent les résistivités, respectivement des plans profonds et de la peau. Cette distinction nous parait sujette à caution. Il ne nous est pourtant pas possible pour l'instant d'infirmer ou de confirmer cette répartition. En pratique, la résistance R_s sera toujours considérablement plus faible que R_p. De ce fait, il n'y a donc pas de contradiction entre cette répartition supposée et nos hypothèses de travail du second chapitre, puisque le rapport R_s / R_p est inférieur à la précision de nos mesures d'amplitude.

La détermination de R_s sera donc toujours extrêmement imprécise.

L'impédance de ce modèle s'écrit :

$$Z = R_s + \frac{R_p}{1 + (j\omega)^m \cdot \lambda \cdot R_p} = R_s + \frac{R_p}{1 + (j\tau_0\omega)^m}$$

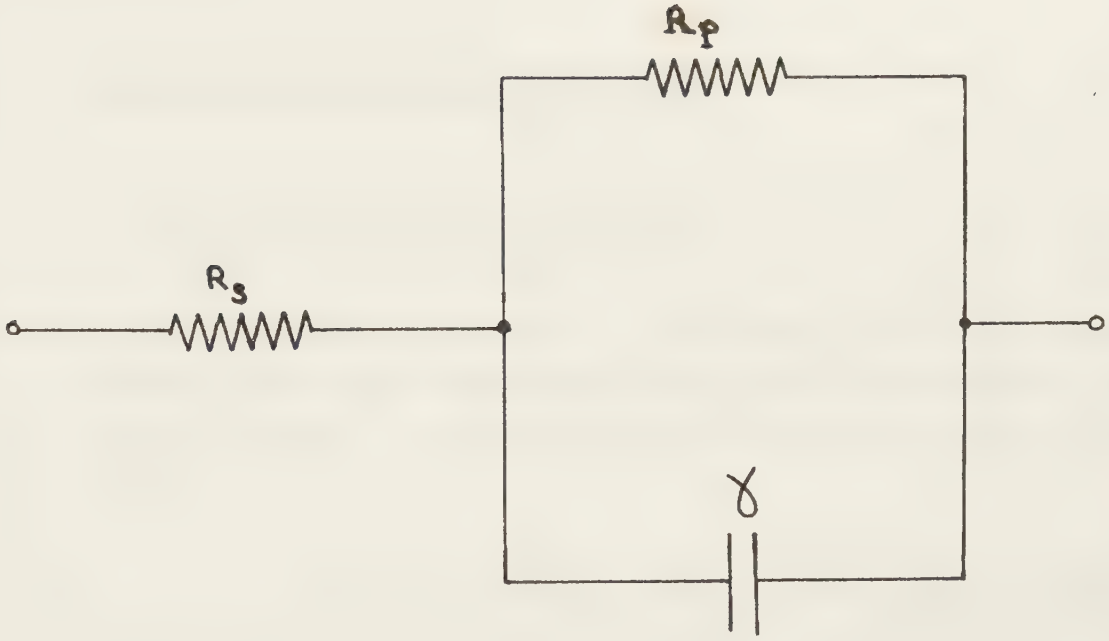
τ_0 représente le temps de relaxation moyen du diélectrique considéré, en l'occurrence la peau humaine, le coefficient m, lui, décrivant la dispersion des temps de relaxation autour de cette valeur moyenne.

En effet, si l'on appelle s le logarithme népérien du rapport τ/τ_0, on obtient une densité de répartition de la force ci-dessous, habituellement appelée équation de COLE et COLE :

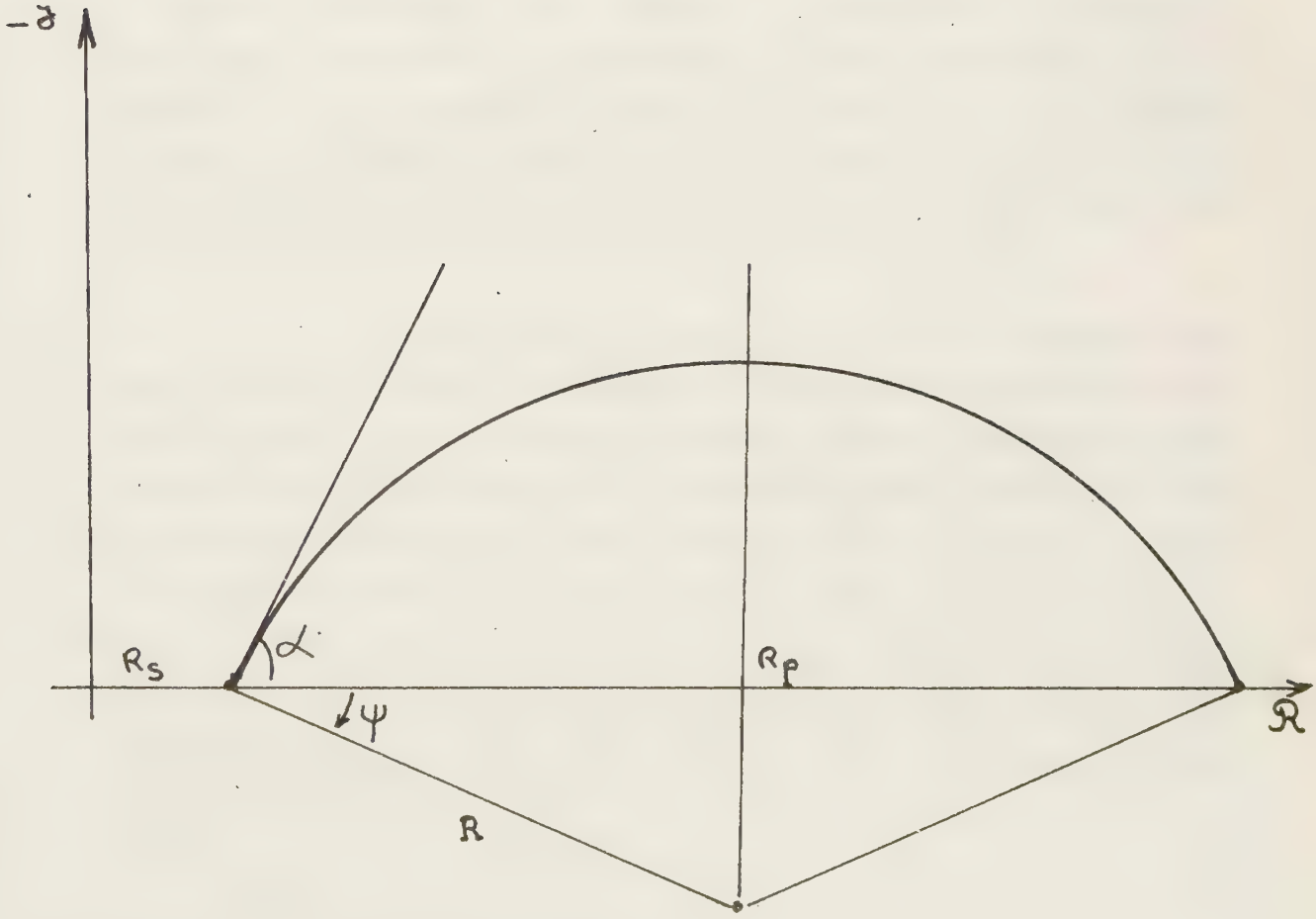
$$F(s) = \frac{1}{2} \quad \frac{\sin m\pi}{\operatorname{ch} ms + \cos m\pi} \qquad (57)$$

Cette répartition, voisine de celle de Gauss, est décrite plus en détail dans l'Appendice I, à la fin de cet exposé. La courbe de description d'impédance d'un tel système est constituée par un arc de cercle, dit de COLE et COLE, situé sous l'axe réel du plan complexe, et centré au dessus de celui-ci. Pour une simple question de commodité de langage, puisque le système étudié est toujours capacitif, nous conviendrons de noter positivement la partie imaginaire de l'impédance, ce qui revient à effectuer une symétrie du lieu d'impédance par rapport à l'axe réel. Dans ces conditions, ce lieu est celui de la figure III-1-b.

Le tracé de ce lieu nous donne accès à R_s, R_p et m. La graduation du cercle en fonction de la fréquence nous permettra de calculer τ_0.



a : modèle



b : lieu d'impédance

Planche III.1. MODELE DE PHILIPPSON-COLE

2) METHODE D'IDENTIFICATION

A) Justification de la méthode

Pour identifier les différents paramètres du modèle choisi, nous aurons recours aux techniques d'optimisation à plusieurs variables, ce qui nécessite l'utilisation d'un ordinateur (58).

Que le lecteur ne voie là aucune trace de sophistication artificielle. Les motifs qui nous ont poussé sont les suivants: la plupart des auteurs utilisaient la règle et le compas. L'imprécision, ainsi que le manque d'objectivité du manipulateur sont alors ici manifestes. Si l'on entreprend une compagne de mesures tendant à comparer les valeurs des paramètres, correspondant par exemple à des sujets différents, la comparaison n'aura de sens que si ces paramètres ont été obtenus exactement de la même façon. L'ordinateur suivant un programme, dépouillera identiquement tous les résultats, avec un critère chiffré, la fonction d'erreur ; il sera donc capable de fournir des éléments de comparaison "objectifs".

Il faut néanmoins prendre garde que la fonction d'erreur soit bien choisie. En effet, si, après détermination du lieu par le calcul, on constate que certains points expérimentaux s'écartent trop du lieu calculé, on allègue la non linéarité du comportement électrique de la peau. Encore faut-il être sûr que le cercle tracé est bien le meilleur que l'on puisse trouver, c'est-à-dire que la fonction d'erreur choisie n'est pas entachée d'imprécision, en particulier qu'elle prend bien en compte tous les points expérimentaux de la même façon. Cette remarque nous imposera plus loin un changement de fonction d'erreur après une première convergence.

B) Initialisation du programme

Nous disposons de n points expérimentaux caractérisés chacun par une tension V_i, une période P_i et un intervalle de temps T_i. Le premier travail consistera donc à transformer ces données en impédances, après connaissance de R_L et une éventuelle correction (II-2-E). Nous obtenons donc une amplitude Z_i et un angle de phase β_i. En même temps, nous calculons les coordonnées cartésiennes $X_i = Z_i \cos \beta_i$ et $Y_i = Z_i \sin \beta_i$.

Il nous faut d'abord déterminer R_s. En effet, puisque R_s est très petit devant R_p, une détermination directe du cercle peut nous fournir une valeur complètement fausse de R_s, tout en assurant une bonne précision sur les autres caractéristiques du cercle.

Nous avons donc décidé de déterminer R_s par extrapolation d'une courbe passant au mieux par les points correspondant aux fréquences les plus élevées. Après quelques tâtonnements, nous avons arbitrairement choisi d'interpoler ces points par une parabole et de fixer à 5 le nombre de points utilisés. Nous cherchons alors à minimiser la fonction d'erreur

$$F = \sum_{i=1}^{5} (aX_i^2 + bX_i + c - Y_i)^2$$

donc à annuler les trois dérivées partielles $\frac{\partial F}{\partial a}$, $\frac{\partial F}{\partial b}$, $\frac{\partial F}{\partial c}$,

soit

$$a \sum_{i=1}^{5} X_i^4 + b \sum_{i=1}^{5} X_i^3 + c \sum_{i=1}^{5} X_i^2 - \sum_{i=1}^{5} Y_i X_i^2 = 0$$

$$a \sum_{i=1}^{5} X_i^3 + b \sum_{i=1}^{5} X_i^2 + c \sum_{i=1}^{5} X_i - \sum_{i=1}^{5} Y_i X_i = 0$$

$$a \sum_{i=1}^{5} X_i^2 + b \sum_{i=1}^{5} X_i + 5\,c - \sum_{i=1}^{5} Y_i = 0$$

La résolution de ce système de trois équations à trois inconnues ne pose aucun problème et nous donne a, b et c. Nous calculons alors

$$R_s = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4\,ac}}{2\,a}$$

Notons néanmoins que cette valeur est assez imprécise et dépend souvent de la position relative des points expérimentaux sur le cercle. Elle est satisfaisante dans le cas où les 5 points expérimentaux sont tous situés sur la partie descendante du cercle, du côté des fréquences élevées (au voisinage de l'origine) ; en particulier lorsque le cercle sera déterminé par un grand nombre de points (de 30 à 40). Si par contre, le nombre de points est plus faible, on aura une plus mauvaise précision. Si une telle extrapolation nous donne une valeur de R_s négative (ce qui est fréquent), nous prendrons $R_s = 0$.

On effectue alors un changement d'origine

$$x_i = X_i - R_s \qquad\qquad y_i = Y_i$$

$$\rho_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \qquad\qquad \theta_i = \mathrm{Arctg}\,\frac{y_i}{x_i}$$

C) Première détermination du cercle

Nous cherchons maintenant un cercle passant par la nouvelle origine et approchant au mieux les points expérimentaux. Il faut d'abord choisir une fonction d'erreur.

Nous avons d'abord pensé à automatiser une technique utilisée par d'autres auteurs (47)(48)(50), à savoir inverser les points expérimentaux par rapport à la nouvelle origine, et chercher la droite interpolant ces points, puis inverser cette droite pour obtenir le cercle. Pour nous, cela revient à chercher l'équation du cercle en coordonnées polaires $\rho = D \cos(\theta_i + \psi)$, où D est le diamètre du cercle et $-\psi$ l'argument de son centre, égal à $(1-m)\frac{\pi}{2}$ (voir figure III-1).

Soit donc à minimiser la fonction d'erreur

$$F = \sum_{i=1}^{n} \left(\rho_i - D \cos(\theta_i + \psi) \right)^2$$

donc à annuler les dérivées partielles de F par rapport à D et ψ, ce qui nous donne, tous calculs faits et après simplification, les deux équations suivantes :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial D}\right) \quad \sum_{i=1}^{n} \cos(\theta_i + \psi) \cdot \left[\rho_i - D \cos(\theta_i + \psi) \right] = 0$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \psi}\right) \quad \sum_{i=1}^{n} D \sin(\theta_i + \psi) \cdot \left[\rho_i - D \cos(\theta_i + \psi) \right] = 0$$

Nous pouvons tirer D de ces deux équations :

$$D = \frac{\sum_i \rho_i \cos(\theta_i + \psi)}{\sum_i \cos^2(\theta_i + \psi)} = \frac{\sum_i \rho_i \sin(\theta_i + \psi)}{\sum_i \sin(\theta_i + \psi) \cdot \cos(\theta_i + \psi)}$$

Nous utiliserons alors les relations trigonométriques classiques pour tirer ψ de cette égalité

$$\frac{\cos\psi \cdot \sum_i \rho_i \cos\theta_i - \sin\psi \sum_i \rho_i \sin\theta_i}{\frac{1}{2}\left(n + \cos 2\psi \sum_i \cos 2\theta_i - \sin 2\psi \sum_i \sin 2\theta_i \right.} =$$

$$\frac{\sin\psi \sum_i \rho_i \cos\theta_i + \cos\psi \sum_i \rho_i \sin\theta_i}{\frac{1}{2}\left(\sin 2\psi \sum_i \cos 2\theta_i + \cos 2\psi \sum_i \sin 2\theta_i \right)}$$

Nous poserons, pour simplifier la notation (et l'ordinateur calculera)

$$a = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \cos\theta_i$$

$$b = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \sin\theta_i$$

$$c = \sum_{i=1}^{n} \cos 2\theta_i$$

$$d = \sum_{i=1}^{n} \sin 2\theta_i$$

on a alors

$$\frac{a \cos\psi - b \sin\psi}{n + c \cos 2\psi - d \sin 2\psi} = \frac{a \sin\psi + b \cos\psi}{c \sin 2\psi + d \cos 2\psi}$$

soit $\sin\psi \cdot (a.n - ac + bd) + \cos\psi \cdot (bn + bc - ad) = 0$

soit $\psi = \mathrm{Arctg}\ \dfrac{ad - bc - bn}{an - ac + bd}$

d'où

$$D = 2 \frac{a \sin \psi + b \cos \psi}{c \sin 2\psi + d \cos 2\psi}$$

Il est important de remarquer que ces deux valeurs D et correspondent <u>strictement</u> au minimum de la fonction d'erreur

$$F = \sum_{i=1}^{n} \left(\rho_i - D \cos \left(\theta_i + \psi \right) \right)^2$$

Au sens de cette fonction, il n'existe donc pas de meilleur cercle que celui défini par ces valeurs de D et ψ et approchant les n points expérimentaux.

La planche III-2 ci-jointe donne alors un tableau des résultats, indiquant la fréquence de travail en Hertz, l'intensité utilisée pour la mesure en microampères, Z en kiloohms, β en degrés et l'écart relatif en chaque point entre le rayon ρ_i et $D \cos(\theta_i + \psi)$, soit

$$\varepsilon = 1 - \frac{D \cos(\theta_i + \psi)}{\rho_i}$$

On constate alors que ces écarts relatifs sont extrêmement grands pour les points en haute fréquence ; ceci nous amène à observer de plus près la fonction d'erreur. Nous constatons alors que dans le calcul des coefficients a et b, les points ayant un ρ_i important ont un poids plus fort que celui des points voisins de l'origine. Le cercle passe mieux par les points en basse fréquence, ceux qui pénalisent le plus la fonction d'erreur.

Nous avons d'abord pensé à modifier la fonction en minimisant la somme des carrés des écarts relatifs plutôt que celle des écarts absolus.

PLANCHE III-1

Détermination du cercle à l'aide de la fonction d'erreur

$$F = \sum (\rho_i - D \cos \theta_i)^2$$

l'écart relatif est

$$= 1 - \frac{D \cos \theta_i}{\rho_i}$$

DIAM.= 5817.855 PSI= 8.63 RP= 5751.875
ALFA=81.36 M=0.9040 RS= 5.981

FREQ(Hz)	INT(MICRO)	Z(KILO)	BETA	ECART
985.610	0.481	9.09	42.61	0.339E 02
499.251	0.481	15.41	61.17	0.198E 02
198.491	0.481	32.29	73.04	0.848E 01
99.196	0.481	60.20	77.08	0.336E 01
74.305	0.481	79.32	77.97	0.216E 01
49.652	0.481	110.23	78.13	0.859E 00
39.447	0.480	139.75	76.68	-0.665E 00
29.542	0.481	183.63	84.75	0.390E 01
19.944	0.479	258.09	76.97	-0.218E 00
15.053	0.478	325.21	75.32	-0.569E 00
11.990	0.477	385.20	74.08	-0.695E 00
10.084	0.475	520.66	73.72	-0.366E 00
8.943	0.475	527.86	74.57	-0.185E 00
7.958	0.474	581.39	73.33	-0.302E 00
6.958	0.473	627.78	71.94	-0.437E 00
5.976	0.471	720.30	71.03	-0.389E 00
4.987	0.468	845.08	69.91	-0.324E 00
3.968	0.464	1019.81	68.33	-0.258E 00
2.986	0.458	1232.65	66.01	-0.231E 00
2.495	0.451	1565.69	65.21	-0.226E-01
1.993	0.447	1660.12	62.51	-0.123E 00
1.798	0.443	1794.01	61.51	-0.940E-01
1.508	0.436	2025.55	59.52	-0.632E-01
1.204	0.424	2413.29	56.90	0.510E-02
1.014	0.415	2725.25	54.56	0.396E-01
0.796	0.400	3175.00	51.02	0.757E-01
0.696	0.393	3366.82	48.54	0.644E-01
0.599	0.383	3685.28	45.91	0.849E-01
0.498	0.373	3974.56	42.27	0.772E-01

Les coefficients à calculer sont alors

$$a' = \sum_i \frac{\cos \theta_i}{\rho_i}$$

$$b' = \sum_i \frac{\sin \theta_i}{\rho_i}$$

$$c' = \sum_i \frac{\cos 2\theta_i}{\rho_i^2}$$

$$d' = \sum_i \frac{\sin 2\theta_i}{\rho_i^2}$$

$$n' = \sum_i \frac{1}{\rho_i^2}$$

Cette fois, ce sont les points voisins de l'origine qui jouent un rôle prépondérant, alors que les points en très basse fréquence n'ont pratiquement pas d'influence. Nous n'avons fait que déplacer le problème.

Nous allons donc chercher une autre fonction d'erreur. Néanmoins, la seconde méthode faisant appel à l'itération et la convergence étant assez lente, nous utiliserons le centre du cercle trouvé par cette première méthode comme point initial de la convergence.

D) Nouvelle détermination du cercle

Nous cherchons donc une fonction qui donne le même poids à tous les points du cercle. Pour cela, nous revenons à la définition géométrique du cercle : le lieu des points équidistants du centre. En prenant comme paramètre le rayon R du cercle et l'angle ψ, les coordonnées du centre sont $x_c = R \cos \psi$ et $y_c = -R \sin \psi$
La distance d'un point du cercle au centre est :

$$r = \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2}$$

$$r^2 = (\rho_i \cos \theta_i - R \cos \psi)^2 + (\rho_i \sin \theta_i + R \sin \psi)^2$$

En développant et en regroupant, il vient

$$r^2 = \rho_i^2 + R^2 - 2 R \rho_i \cos (\theta_i + \psi)$$

d'où la distance d'un point au cercle

$$|\varepsilon_i| = \left| \sqrt{\rho_i^2 + R^2 - 2 R \rho_i \cos (\theta_i + \psi)} - R \right|$$

Notre nouvelle fonction d'erreur sera donc

$$F = \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{\rho_i^2 + R^2 - 2 R \rho_i \cos (\theta_i + \psi)} - R \right)^2$$

Soient donc à annuler les deux dérivées partielles

$$0 = \frac{dF}{\partial \psi} = \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{\rho_i^2 + R^2 - 2 R \rho_i \cos (\theta_i + \psi)} - R \right) \frac{R \rho_i \sin (\theta_i + \psi)}{\sqrt{\rho_i^2 + R^2 - 2 \rho_i R \cos (\theta_i + \psi)}}$$

$$0 = \frac{\partial F}{\partial R} = \sum_{i=1}^{n} \left(\sqrt{\rho_i^2 + R^2 - 2 R \rho_i \cos(\theta_i + \psi)} - R \right)$$

$$\left(\frac{R - \rho_i \cos(\theta_i + \psi)}{\sqrt{\rho_i^2 + R^2 - 2 \rho_i R \cos(\theta_i + \psi)}} - 1 \right)$$

Pour résoudre ces équations, nous utiliserons une méthode de Newton à deux variables. Soient ψ_0 et R_0 les valeurs initiales de ψ et de R. Cherchons les accroissements $\Delta\psi$ et ΔR à donner aux variables pour annuler les deux fonctions

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \psi}(\psi_0, R_0) \\ \frac{\partial F}{\partial R}(\psi_0, R_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial \psi^2}(\psi_0, R_0) & \frac{\partial^2 F}{\partial \psi \partial R}(\psi_0, R_0) \\ \frac{\partial^2 F}{\partial \psi \partial R}(\psi_0, R_0) & \frac{\partial^2 F}{\partial R^2}(\psi_0, R_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\psi \\ \Delta R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Soit

$$\begin{bmatrix} \Delta\psi \\ \Delta R \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial \psi^2}(\psi_0, R_0) & \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial \psi}(\psi_0, R_0) \\ \frac{\partial^2 F}{\partial \psi \partial R}(\psi_0, R_0) & \frac{\partial^2 F}{\partial R^2}(\psi_0, R_0) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \psi}(\psi_0, R_0) \\ \frac{\partial F}{\partial R}(\psi_0, R_0) \end{bmatrix}$$

On peut alors calculer

$$\psi_1 = \psi_0 + \Delta\psi$$

$$R_1 = R_0 + \Delta R$$

et comparer $\partial F/\partial R\ (\psi_1, R_1)$ et $\partial F/\partial \psi\ (\psi_1, R_1)$ à zéro. Si la précision est estimée suffisante, on itère le procédé à partir de ψ_1 et R_1.

Il faut donc d'abord calculer les dérivées secondes de F. Nous poserons pour simplifier l'écriture

$$r_i = \sqrt{\rho_i^2 - 2 R \rho_i \cos(\theta_i + \psi) + R^2}$$

On trouve, tous calculs faits

$$M(1,1) = \frac{\partial^2 F}{\partial \psi^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{R^3}{r_i^3} \rho_i^2 \sin^2(\theta_i + \psi)$$

$$+ \left(1 - \frac{R}{r_i}\right) R \rho_i \cos(\theta_i + \psi)$$

$$M(2,2) = \frac{\partial^2 F}{\partial R^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{R\left[R - \rho_i \cos(\theta_i + \psi)\right]^2}{r_i^3} + 2$$

$$- \frac{1}{r_i}\left[3 R - 2 \rho_i \cos(\theta_i + \psi)\right]$$

$$M(1,2) = M(2,1) = \frac{\partial^2 F}{\partial R \cdot \partial \psi} = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \sin(\theta_i + \psi)$$

$$\left[1 - \frac{2 R}{r_i} + \frac{R^3}{r_i^3} - \frac{R^2 \rho_i}{r_i^3} \cos(\theta_i + \psi)\right]$$

On construit alors le hessien de la fonction d'erreur. Soit M cette matrice. On peut alors calculer à chaque itération

$$\begin{bmatrix} \Delta \psi \\ \Delta R \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial F}{\partial \psi} \\ \dfrac{\partial F}{\partial R} \end{bmatrix}$$

L'expérience nous a montré que la mise en oeuvre de cette technique était néanmoins un peu plus délicate. En effet, la surface représentant $F(\psi, R)$ semble avoir une "vallée" étroite et sinueuse. C'est pourquoi nous devons moduler les termes $\Delta\psi$ et ΔR. Nous calculons en fait

$$\psi_{m+1} = \psi_m + k\,\Delta\psi$$

$$R_{m+1} = R_m + k\,\Delta R$$

Au départ, k vaut 1. Au point $(\psi_m + k\,\Delta\psi,\ R_m + k\,\Delta R)$ on calcule à nouveau la valeur de F ; si F ne s'est pas amélioré et si les diverses dérivées ne sont pas plus faibles, on revient au point (ψ_m, R_m) et l'on divise k par 10 ; le procédé est itéré jusqu'à ce que l'on obtienne un point "meilleur" au sens de notre approximation. C'est ce point qui sera (ψ_{m+1}, R_{m+1}) à partir duquel on réitère tout le processus de la méthode de Newton.

Grâce à cette technique, en utilisant un double test comparant deux valeurs successives de F et les deux dérivées partielles à 10^{-1} (les valeurs initiales sont de l'ordre de 10^6), on réussit à faire converger le processus, à partir du point initial calculé plus haut, en 6 ou 8 itérations.

La planche III-3 montre, sur le même exemple que la planche III-2, les résultats obtenus. On constate que tous les points ont bien des écarts relatifs équivalents. On notera la variation sensible de ψ et R_p.

La planche III-4 montre l'évolution de la nouvelle fonction d'erreur et de ses dérivées partielles au cours du processus d'itération. Les deux premières lignes correspondent au point obtenu par la première méthode de calcul (inversion du cercle).

PLANCHE III-3

Détermination du cercle en minimisant la fonction d'erreur

$$F = \sum_i \left[\sqrt{\rho_i^2 - 2 R \rho_i \cos(\theta_i + \psi) + R^2} - R \right]^2$$

l'écart relatif est

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\rho_i^2 - 2 R \rho_i \cos(\theta_i + \psi) + R^2}}{R} - 1$$

RAYON= 3508.251 PSI=12.73

ALFA=77.26 M=0.8585 RS= 5.981 RP=6843.992

FREQ	INT(MICRO)	Z(KILO)	BETA	ECART
985.610	0.481	9.09	42.61	0.189E-03
499.251	0.481	15.41	61.17	0.453E-03
198.491	0.481	32.29	73.04	0.102E-02
99.196	0.481	60.20	77.08	0.174E-02
74.305	0.481	79.32	77.97	0.218E-02
49.652	0.481	110.23	78.13	0.262E-02
39.447	0.480	139.75	76.68	0.203E-02
29.542	0.481	183.63	84.75	0.979E-02
19.944	0.479	258.09	76.97	0.396E-02
15.053	0.478	325.21	75.32	0.277E-02
11.990	0.477	385.20	74.08	0.153E-02
10.084	0.475	520.66	73.72	0.342E-02
8.943	0.475	527.86	74.57	0.583E-02
7.958	0.474	581.39	73.33	0.394E-02
6.958	0.473	627.78	71.94	0.979E-03
5.976	0.471	720.30	71.03	0.328E-03
4.987	0.468	845.08	69.91	-0.302E-03
3.968	0.464	1019.81	68.33	-0.140E-02
2.986	0.458	1232.65	66.01	-0545E-02
2.495	0.451	1565.69	65.21	0.771E-02
1.993	0.447	1660.12	62.51	-0.728E-02
1.798	0.443	1794.01	61.51	-0.689E-02
1.508	0.436	2025.55	59.52	-0.815E-02
1.204	0.424	2413.29	56.90	-0.175E-02
1.014	0.415	2725.25	54.56	0.274E-02
0.796	0.400	3175.00	51.02	0.100E-01
0.696	0.393	3366.82	48.54	-0.605E-04
0.599	0.383	3685.28	45.91	0.557E-02
0.498	0.373	3974.56	42.27	-0.772E-02

PLANCHE III-4

Amélioration de la fonction d'erreur

$$F = \sum_i \left[\sqrt{\rho_i^2 - 2 R \rho_i \cos(\theta_i + \psi) + R^2} - R \right]^2$$

au cours du calcul.

La mise en page est la suivante :

$\frac{\partial F}{\partial \psi}(\psi_0, R_0)$ $\qquad$ $\frac{\partial F}{\partial R}(\psi_0, R_0)$

$F(\psi_0, R_0)$ $\qquad$ $F(\psi_0 + k\Delta\psi, R_0 + k\Delta R)$

$\frac{\partial F}{\partial \psi}(\psi_1, R_1)$ $\qquad$ $\frac{\partial F}{\partial R}(\psi_1, R_1)$

$F(\psi_1, R_1)$ $\qquad$ $F(\psi_1 + k\Delta\psi, R_1 + k\Delta R)$

etc ...

```
0.14106E 07      -0.44871E 03
                 0.13103E 06      0.30506E 05
0.15645E 06      -0.99447E 02
                 0.30506E 05      0.10177E 05
0.15999E 06      -0.39515E 02
                 0.10177E 05      0.82169E 04
0.15875E 05      -0.43645E 01
                 0.82169E 04      0.81825E 04
0.42095E 03      -0.99631E-01
                 0.81825E 04      0.81825E 04
0.14898E 00      -0.40978E-04
                 0.81825E 04      0.81825E 04
                 0.81825E 04      0.81825E 04
0.15344E 00      -0.40635E-04
                 0.81825E 04      0.81825E 04
                 0.81825E 04      0.81825E 04
0.95458E-01      -0.30234E-04
```

Les dérivées partielles valent :

$\frac{\partial F}{\partial \psi} = 0,14.10^7$ $\frac{\partial F}{\partial R} = - 0,45.10^3$, et la fonction d'erreur vaut : $F = 0,13.10^6$

A la fin de la convergence, on obtient :

$\frac{\partial F}{\partial \psi} = 0,95.10^{-1}$ $\frac{\partial F}{\partial R} = 0,30.10^{-4}$ et $F = 0,81.10^4$.

F a été divisé par 17.

E) Graduation du cercle

A la fin de ce processus itératif, nous sommes donc en possession des valeurs numériques de Rp et m.

Nous effectuons d'abord une projection des points expérimentaux sur le cercle trouvé, et ce dans la direction du centre du cercle, soit :

$$\overrightarrow{CP'}_i = \frac{R}{r_i} \overrightarrow{CP}_i \; ;$$

Nous divisons ensuite les coordonnées du point P'_i par Rp, de manière à nous ramener à un nombre sans dimension.

L'affixe du point P'_i est alors :

$$z'_i = \frac{1}{1 + (j \tau_o \omega_i)^m}$$

L'abscisse du point devient :

$$x_i = R \left(\frac{1}{1 + (j \tau_o \omega_i)^m}\right) = \frac{1 + \tau_o^m \omega_i^m \cos \alpha}{1 + 2 \tau_o^m \omega_i^m \cos \alpha + \tau_o^{2m} \omega_i^{2m}}.$$

$$0 < x_i < 1$$

En chaque point, il nous sera possible de calculer τ_o en chaque point expérimental.

Posons pour simplifier l'écriture $\tau_o^m = t \quad \omega_i^n = u_i$

Nous avons $x_i = \dfrac{1 + t_{u_i} \cos\alpha}{1 + 2t_{u_i} \cos\alpha + t^2_{u_i}{}^2}$

Soit t, solution positive de l'équation du second degré

$$t^2 \left[x'_i u_i^2\right] + t u_i \cos\alpha \left[2 x'_i - 1\right] + x'_i - 1 = 0$$

Cette équation admet toujours deux solutions distinctes, puisque son discriminant $\Delta = \cos^2\alpha + 4 x'_i(x'_i - 1) \sin^2\alpha$ est toujours positif. Ses deux racines étant de signes contraires, il n'y aura aucune ambiguité.

On trouve donc :

$$t_i = \frac{\cos\alpha\left[1 - 2 x'_i\right] + \sqrt{\cos^2\alpha + 4 x'_i(1 - x'_i) \sin^2\alpha}}{2 x'_i u_i}$$

$$\tau_{oi} = (t_i)^{1/m}$$

Nous prendrons comme valeur de τ_o la moyenne des τ_{o_i} calculés en chaque point.

Enfin, à partir de cette valeur moyenne τ_o, nous calculons la valeur de la capacité de Cole et Cole .

$$R_p \Gamma = \tau_o^n$$

soit $\boxed{\Gamma = \dfrac{\tau_o^n}{R_p}}$

Nous avons ainsi calculé tous les éléments du circuit de Philippson Cole, proposé comme modèle de la peau.

Nous calculons à la fin, pour apprécier la précision du cercle, la valeur moyenne des écarts relatifs des points par rapport du cercle (EM) ainsi que la moyenne des valeurs absolues de ces écarts (EMA).

CHAPITRE IV - MISE EN OEUVRE DE LA METHODE EXPERIMENTALE

1) EVALUATION DE LA PRECISION.

A) Une série de mesures aléatoires

La mise en oeuvre de notre méthode demande une légère précaution supplémentaire, que nous illustrons par la planche de résultats de la page suivante.

Les résultats sont visiblement entachés d'erreur :

Il est flagrant que l'angle α, qui représente la tangente au cercle issue de l'origine, est nettement supérieur à 42 degrés, puisque l'angle β passe par les valeurs 53, 65 et 73 degrés et que l'erreur de mesure sur l'angle α n'excède pas quelques degrés.

Cette erreur se répercute sur le calcul de la constante de temps qui varie énormément d'un point à l'autre.

L'écart des points expérimentaux est de plus relativement important, il est sur presque tous les points de l'ordre de quelques pour cent du rayon, la valeur moyenne de la valeur absolue de l'écart valant 3,8 %.

Examinons de plus près ce cas. Nous avons dit que l'ordinateur prend tous les points de mesure avec le même poids. Cela est vrai. Encore faut-il que ces points soient répartis autour du cercle d'une manière à peu près régulière.

Or, dans le cas qui nous préoccupe, on constate que sur les vingt points de mesure, il y en a 17 dont l'angle de phase est inférieur à 45°, donc situé dans le quart de cercle (correspondant au premier cadran du cercle trigonométrique) le plus éloigné. De ce fait, il y a une grande imprécision sur la détermination globale du cercle. On peut s'en convaincre aisément en essayant de tracer un cercle passant par 10 points concentriques, mais situé dans un angle au centre inférieur à 40°. Les écarts entre le cercle tracé et le cercle vrai sont toujours grands.

```
// JOB
// XEQ PODZ     FX
      0.39427E 02      -0.33941E 02
                 0.40560E 03       0.20993E 03
      0.52486E 03      -0.25915E 02
                 0.20993E 03       0.12679E 03
      0.14627E 03      -0.86467E 01
                 0.12679E 03       0.97438E 02
      0.19653E 03      -0.52120E 01
                 0.97438E 02       0.89363E 02
      0.52657E 02      -0.14301E 01
                 0.89363E 02       0.88175E 02
      0.16590E 02      -0.33598E 00
                 0.88175E 02       0.88128E 02
      0.70488E 00      -0.14987E-01
                 0.88128E 02       0.88128E 02
      0.20747E-02      -0.41499E-04
```

RAYON= 47.667 PSI=45.52
ALFA=44.47 M=0.4941 RS= -2.190 RP= 66.789

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
1000.000	1.293	4.15	73.82	0.0586	0.454E-01
503.524	1.292	7.51	65.30	0.0292	0.663E-01
203.045	1.292	13.68	53.43	0.0167	0.824E-01
104.460	1.291	19.44	42.96	0.0124	0.699E-01
69.979	1.290	24.11	36.12	0.0097	0.530E-01
50.000	1.289	27.41	31.60	0.0090	0.365E-01
30.075	1.288	32.92	24.23	0.0075	-0.386E-03
20.132	1.287	37.33	18.92	0.0064	-0.315E-01
15.316	1.287	38.99	16.34	0.0066	-0.525E-01
12.380	1.287	41.19	14.55	0.0062	-0.592E-01
9.948	1.286	43.96	13.10	0.0054	-0.563E-01
8.930	1.285	49.48	12.45	0.0032	-0.116E-01
7.990	1.285	49.49	11.74	0.0034	-0.225E-01
7.005	1.285	50.87	10.83	0.0032	-0.219E-01
6.018	1.285	52.25	9.98	0.0029	-0.199E-01
5.025	1.284	55.02	9.10	0.0023	-0.184E-02
3.998	1.284	57.80	8.18	0.0018	0.174E-01
3.020	1.284	60.57	7.06	0.0013	0.348E-01
2.022	1.283	63.34	5.68	0.0008	0.493E-01
1.048	1.283	63.35	4.16	0.0011	0.231E-01

EM= 0.100E-01 EMA= 0.378E-01
TM= 0.0094 CAPA=0.149E-05

MAX. DE F(S)= 0.156
ECART TYPE= 3.19111
N04 READY READER

Il faut donc pour cela répartir les points expérimentaux géométriquement autour du cercle. C'est pourquoi nous recommandons au début de la mesure d'explorer grossièrement le cercle en cherchant la fréquence à laquelle le déphasage courant-tension est de 45°, puis de répartir les points de mesure autour de cette valeur moyenne. De cette façon, on sera sûr de bien définir le cercle et d'avoir une meilleure précision.

B) Exemple.

Nous donnons page suivante, une feuille de résultats correspondant à une série de mesures faite correctement.

On remarquera que les écarts son beaucoup plus faibles que dans le cas précédent, et que les variations de la constante de temps τ_o autour de la valeur moyenne sont beaucoup plus faibles également.

Essayons sur cet exemple, d'estimer la précision de la mesure.

a) sur Rp.

Nous pouvons considérer que Rp est un point du cercle comme les autres. De ce fait, il nous semble raisonnable d'estimer sa précision comme identique à celle des autres points. Nous pouvons donc dire que l'écart relatif par rapport au centre est inférieur au plus grand des écarts. Comme Rp est peu différent de 2 R, l'erreur relative sur Rp peut être estimée à la moitié de l'écart maximum ; dans le cas présenté ici, ceci correspond à environ 3,5 %. Ceci est évidemment une majoration de l'erreur.

b) sur ψ et m.

Il est beaucoup plus délicat d'estimer la précision sur ψ et sur m.

Le seul élément d'appréciation que nous ayons est en général la valeur de la dérivée par rapport à ψ de la fonction d'erreur F ; Nous pensons néanmoins, surtout après les expériences que nous avons pu faire lors de la mise au point des programmes que cette précision est de l'ordre du degré.

```
0.92611E 04      -0.14569E 03
              0.59257E 04      0.29015E 04
0.64250E 04      -0.37678E 02
              0.29015E 04      0.27390E 04
0.42831E 03      -0.25687E 01
              0.27390E 04      0.27382E 04
0.29161E 01      -0.15800E-01
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
0.29150E 01      -0.15796E-01
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
              0.27382E 04      0.27382E 04
```

RAYON= 454.971 PSI=18.41
ALFA=71.58 M=0.7954 RS= 2.112 RP= 863.356

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
1010.101	0.482	7.62	58.19	0.0699	0.632E-03
502.512	0.481	13.93	63.34	0.0607	0.431E-03
102.564	0.481	49.88	79.51	0.0578	0.251E-01
75.187	0.481	64.59	70.80	0.0547	0.122E-01
50.200	0.481	88.12	68.70	0.0544	0.130E-01
40.128	0.481	105.80	66.84	0.0534	0.117E-01
30.003	0.480	136.02	64.91	0.0510	0.136E-01
20.296	0.480	176.69	60.89	0.0523	0.690E-02
15.283	0.479	221.12	59.64	0.0509	0.205E-01
12.396	0.479	254.59	57.27	0.0509	0.210E-01
10.344	0.478	288.18	54.60	0.0503	0.181E-01
8.950	0.477	310.66	52.51	0.0514	0.124E-01
7.952	0.477	325.72	50.46	0.0530	0.546E-03
7.004	0.476	355.79	48.46	0.0518	0.754E-03
6.019	0.476	393.54	45.79	0.0504	-0.588E-03
5.014	0.475	431.52	42.45	0.0502	-0.108E-01
4.000	0.474	477.36	38.34	0.0503	-0.243E-01
2.991	0.472	531.14	33.92	0.0517	-0.325E-01
2.487	0.471	600.38	31.41	0.0474	0.185E-01
2.025	0.470	631.65	28.09	0.0484	0.690E-02
1.817	0.469	631.94	26.03	0.0504	-0.288E-01
1.534	0.468	678.70	23.60	0.0477	0.253E-02
1.249	0.467	710.16	20.88	0.0476	0.782E-02
1.049	0.467	726.05	18.60	0.0483	-0.341E-02
0.799	0.466	741.97	16.19	0.0527	-0.153E-01
0.703	0.466	757.76	14.93	0.0524	-0.740E-02
0.602	0.466	757.89	13.72	0.0563	-0.265E-01
0.504	0.466	773.71	12.33	0.0571	-0.189E-01
0.402	0.464	836.83	10.74	0.0488	0.782E-01

EM= 0.353E-02 EMA= 0.151E-01
TM= 0.0525 CAPA=0.111E-06

Ceci nous entraine pour m, à une incertitude de l'ordre de $\frac{1}{90}$, soit 1,1 %.

c) sur τ_o.

τ_o étant calculé en chaque point, la précision fait donc intervenir la précision sur Rp, la précision sur m et la précision sur chaque point de mesure.

Nous donnons ici un calcul d'erreur très approximatif qui permet d'obtenir l'ordre de grandeur de l'incertitude sur τ_o.

$$z'_i = \frac{1}{1 + (j\tau_o\,\omega_i)^m}$$

$$1 + (j\,\tau_o\,\omega_i)^m = \frac{1}{z'_i} = \frac{Rp}{z_i}$$

$$(j\,\tau_o\,\omega_i)^m = \frac{Rp}{z_i} - 1$$

m étant voisin de l'unité,

$$j\,\tau_o\,\omega_i \sim \frac{Rp}{z_i} - 1$$

$$\frac{\Delta\tau_o}{\tau_o} \sim \frac{\Delta\frac{Rp}{|z_i|}}{\frac{Rp}{z_i} - 1} \sim \frac{1}{\frac{Rp}{z_i} - 1} \times \left[\frac{\Delta Rp}{Rp} + \frac{\Delta z_i}{z_i}\right] \times \frac{Rp}{z_i}$$

$$\frac{\Delta\tau_o}{\tau_o} \sim \frac{1}{1 - \frac{z_i}{Rp}} \times \left[\frac{\Delta Rp}{Rp} + \frac{\Delta z_i}{z_i}\right]$$

On voit bien ainsi que la précision dépend du point de mesure : elle est minimum lorsque $\frac{z_i}{Rp}$ est faible, c'est à dire en haute fréquence où elle est de l'ordre d'une dizaine de pour cent.

Cette approximation est évidemment trop grossière pour permettre d'estimer la précision en basse fréquence. Néanmoins, on constate expérimentalement que les valeurs calculées en basse fréquence s'écartent de celles en haute fréquence dans des proportions de cet ordre.

De ce fait, nous pensons qu'une majoration de l'ordre de 15 % sur l'erreur relative sur τ_0 est vraisemblable. On aura donc une incertitude légèrement supérieure sur la valeur de Γ, de l'ordre de 20 %.

2) EXEMPLE : RECHERCHE D'UN INVARIANT

A) Expérience.

Nous n'avons pas voulu terminer cet exposé sans montrer l'application de notre méthode expérimentale à l'étude d'un problème particulier.

Nous nous sommes proposés d'étudier l'impédance de la peau d'un individu donné, mesurée en un endroit donné à divers moments.

En l'occurrence, nous avons mesuré, à l'aide du système d'électrodes décrit plus haut, l'impédance de la peau de l'avant-bras gauche, au niveau du poignet, de Melle P. L'expérience a été répétée six fois. Les mesures se sont réparties sur environ deux semaines, et étaient faites indifféremment le matin ou l'après-midi.

L'électrode de mesure était à chaque fois placée au même endroit, à moins de 5 mm près. Chaque expérience a duré environ 25 minutes, pendant lesquelles le sujet restait immobile, assis dans un fauteuil, dans une pièce dont on peut considérer que la température est restée constante. De plus, à chaque expérience, nous avons attendu au moins une demi-heure que les électrodes soient stabilisées. On observe en effet, pendant ce temps une augmentation continue de l'amplitude et de l'angle de phase de la tension v.

Nous avons finalement obtenu les résultats consignés dans les tableaux suivants.

```
// 000
// XEQ PODZ     FX
     0.19826E 04        -0.19294E 01
                 0.41598E 03        0.37216E 03
     0.30260E 03        -0.16829E 01
                 0.37216E 03        0.37190E 03
    -0.15489E 00        -0.69835E-03
                 0.37190E 03        0.37190E 03
                 0.37190E 03        0.37190E 03
                 0.37190E 03        0.37190E 03
                 0.37190E 03        0.37190E 03
                 0.37190E 03        0.37190E 03
                 0.37190E 03        0.37190E 03
```

RAYON= 199.489 PSI= 9.35
ALFA=80.64 M=0.8960 RS= -0.229 RP= 393.669

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
991.080	2.256	5.24	80.34	0.0198	0.207E-03
500.000	2.255	9.71	77.51	0.0197	-0.147E-02
198.530	2.254	22.27	77.09	0.0195	-0.673E-03
99.700	2.250	42.40	73.78	0.0186	-0.277E-02
69.396	2.246	56.64	69.04	0.0190	-0.169E-01
50.100	2.242	72.50	67.00	0.0196	-0.198E-01
30.358	2.232	107.68	62.35	0.0199	-0.239E-01
19.876	2.218	143.39	56.82	0.0208	-0.324E-01
15.026	2.206	173.07	52.41	0.0209	-0.345E-01
10.252	2.182	230.03	46.93	0.0201	0.246E-01
8.944	2.175	240.53	44.08	0.0208	0.870E-02
7.958	2.167	254.43	41.66	0.0208	0.110E-01
6.985	2.155	278.78	39.01	0.0201	0.470E-01
6.606	2.149	287.90	36.13	0.0210	0.292E-01
5.005	2.141	297.22	32.28	0.0219	-0.343E-02
3.988	2.129	315.41	28.20	0.0224	-0.330E-02
2.990	2.118	333.81	23.82	0.0236	-0.389E-03
2.000	2.109	343.53	18.26	0.0261	-0.440E-01

EM= -0.349E-02 EMA= 0.169E-01
[illegible] 0.0208 CAPA=0.792E-07

MAX. DE F(S)= 0.965
ECART TYPE= 0.89880
[illegible] READY [illegible]

```
// JOB
// XEQ PODZ     FX
     0.11441E 03      -0.85972E 01
                 0.69983E 02       0.53684E 02
     0.47353E 02      -0.88348E 00
                 0.53684E 02       0.53598E 02
     0.16820E 00      -0.45150E-02
                 0.53598E 02       0.53598E 02
    -0.17714E-03       0.89779E-06
```

RAYON= 128.163 PSI= 9.86
ALFA=80.13 M=0.8904 RS= -0.538 RP= 252.538

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
995.024	1.293	4.15	81.34	0.0160	0.120E-02
502.765	1.293	7.92	80.41	0.0153	0.221E-02
201.207	1.292	17.77	77.84	0.0153	0.405E-02
101.040	1.292	31.74	73.50	0.0156	0.206E-02
69.783	1.291	43.26	70.47	0.0157	0.313E-03
50.075	1.289	57.55	66.88	0.0154	-0.208E-02
29.779	1.285	96.22	60.34	0.0136	0.272E-01
19.829	1.283	108.81	53.94	0.0166	-0.143E-01
14.480	1.279	129.82	48.57	0.0171	-0.172E-01
11.933	1.277	146.70	45.05	0.0169	-0.284E-02
9.852	1.274	158.06	41.54	0.0175	-0.885E-02
8.915	1.273	163.75	39.77	0.0179	-0.112E-01
7.933	1.272	172.29	37.70	0.0180	-0.336E-02
6.971	1.270	180.87	35.35	0.0182	0.168E-02
5.977	1.268	189.50	32.34	0.0185	-0.201E-02
4.967	1.266	201.02	29.19	0.0187	0.120E-01
3.976	1.263	212.60	25.62	0.0191	0.247E-01
2.965	1.261	221.37	21.39	0.0203	0.151E-01
1.975	1.259	230.17	16.51	0.0221	0.377E-02
1.008	1.257	236.09	10.78	0.0267	-0.273E-01

EM= 0.254E-03 EMA= 0.919E-02
TM= 0.0177 CAPA=0.109E-06

MAX. DE F(S)= 0.915
ECART TYPE= 0.92707
N04 READY READER

```
// JOB
// XEQ PODZ     EX
      0.21821E 05      -0.14063E 03
                 0.50239E 04       0.24174E 04
      0.29378E 04      -0.24863E 02
                 0.24174E 04       0.22745E 04
      0.40758E 03      -0.21074E 01
                 0.22745E 04       0.22737E 04
      0.21289E 01      -0.12347E-01
                 0.22737E 04       0.22737E 04
      0.95272E-03      -0.22761E-05
```

RAYON= 422.878 PSI=14.74
ALFA=75.25 M=0.8362 RS= 0.182 RP= 817.919

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
1027.749	1.293	5.46	79.58	0.0626	0.147E-02
502.058	1.293	10.25	79.59	0.0601	0.253E-02
197.941	1.292	24.06	79.61	0.0547	0.633E-02
150.534	1.292	30.63	78.73	0.0537	0.740E-02
103.541	1.291	41.59	76.77	0.0537	0.780E-02
69.964	1.290	60.25	74.63	0.0506	0.895E-02
49.845	1.289	79.50	72.16	0.0503	0.787E-02
30.041	1.286	118.18	67.75	0.0507	0.294E-02
19.925	1.281	162.72	63.42	0.0504	-0.457E-02
15.151	1.277	196.42	60.08	0.0513	-0.134E-01
12.175	1.273	233.18	57.36	0.0503	-0.172E-01
9.992	1.269	256.12	54.37	0.0531	-0.327E-01
8.948	1.267	278.99	53.26	0.0524	-0.296E-01
7.943	1.264	302.03	51.83	0.0524	-0.290E-01
6.980	1.260	336.60	51.16	0.0511	-0.794E-02
5.976	1.256	365.80	49.59	0.0524	-0.368E-03
5.030	1.249	418.86	47.14	0.0501	0.236E-01
3.972	1.239	485.08	43.14	0.0486	0.471E-01
3.517	1.235	500.79	40.86	0.0504	0.317E-01
2.965	1.229	532.02	37.62	0.0513	0.229E-01
2.482	1.221	578.90	34.44	0.0502	0.414E-01
2.003	1.218	580.22	30.80	0.0565	-0.198E-01
1.516	1.211	612.74	26.32	0.0596	-0.438E-01
1.024	1.200	677.52	20.64	0.0590	-0.231E-01
0.800	1.194	710.33	17.73	0.0593	-0.655E-02
0.589	1.188	743.47	14.49	0.0596	0.109E-01

EM= -0.204E-03 EMA= 0.173E-01
TM= 0.0536 CAPA=0.105E-06

MAX. DE F(S)= 0.604
ECART TYPE= 1.18954
N04 READY READER

```
// JOB
// XEQ PODZ     FX
     0.19478E 04      -0.27195E 02
                0.21526E 03      0.41044E 02
     0.68041E 03      -0.53934E 01
                0.41044E 02      0.36095E 02
     0.19937E 02      -0.17498E 00
                0.36095E 02      0.36088E 02
     0.30430E-01      -0.24582E-03
```

RAYON= 244.827 PSI=10.74
ALFA=79.25 M=0.8805 RS= -0.646 RP= 481.062

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
989.119	1.293	4.92	84.06	0.0294	0.188E-02
497.017	1.293	9.43	82.01	0.0278	0.259E-02
196.078	1.292	21.32	80.05	0.0277	0.500E-02
97.943	1.291	39.40	76.03	0.0273	0.393E-02
69.686	1.291	53.39	73.78	0.0269	0.301E-02
49.825	1.289	69.89	71.34	0.0273	0.150E-02
29.585	1.286	103.01	66.55	0.0287	-0.396E-02
19.766	1.283	137.76	61.98	0.0296	-0.874E-02
9.779	1.272	219.54	51.92	0.0309	-0.965E-02
7.941	1.267	251.05	48.48	0.0308	0.127E-02
6.960	1.264	268.43	46.05	0.0311	0.711E-03
5.980	1.260	291.71	43.23	0.0311	0.926E-02
4.976	1.256	309.47	39.73	0.0324	-0.536E-02
4.462	1.254	321.27	38.26	0.0333	0.408E-03
3.964	1.251	339.03	36.23	0.0334	0.139E-01
3.443	1.248	351.11	33.57	0.0343	0.248E-02
2.972	1.245	363.21	31.13	0.0355	-0.399E-02
2.472	1.242	381.41	27.86	0.0360	-0.371E-02
1.985	1.238	399.71	24.48	0.0371	-0.788E-03
0.972	1.230	436.78	15.94	0.0430	-0.248E-02

EM= 0.367E-03 EMA= 0.423E-02
TM= 0.0317 CAPA=0.995E-07

MAX. DE F(S)= 0.838
ECART TYPE= 0.97621
N04 READY READER

```
// JOB
// XEQ PODZ     FX
      0.73314E 02        0.38751E 01
                0.32472E 02        0.24053E 02
      0.16211E 02       -0.71183E 00
                0.24053E 02        0.23971E 02
      0.34911E-01       -0.48298E-02
```

RAYON= 68.125 PSI= 4.83
ALFA=85.16 H=0.9462 RS= -0.035 RP= 135.767

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
998.003	2.256	4.93	80.89	0.0052	-0.277E-02
796.812	2.256	6.03	80.10	0.0053	-0.390E-02
601.664	2.256	7.67	80.23	0.0054	-0.333E-02
396.825	2.255	11.28	79.42	0.0054	-0.286E-02
196.078	2.254	21.33	75.00	0.0055	-0.624E-02
150.353	2.252	26.67	72.29	0.0056	-0.105E-01
99.058	2.249	37.71	68.07	0.0057	-0.951E-02
89.429	2.249	40.87	67.03	0.0058	-0.674E-02
79.239	2.247	44.03	65.38	0.0060	-0.989E-02
69.396	2.246	48.79	63.46	0.0060	-0.842E-02
59.880	2.243	55.14	61.16	0.0060	-0.169E-02
49.578	2.241	61.52	57.92	0.0062	-0.558E-02
39.808	2.236	71.13	53.86	0.0063	0.262E-02
29.673	2.229	84.03	47.96	0.0065	0.149E-01
19.615	2.220	98.71	39.44	0.0070	0.124E-01
9.852	2.206	118.55	26.48	0.0079	0.272E-01
7.935	2.204	121.90	23.37	0.0084	0.238E-01
5.010	2.202	122.01	17.50	0.0101	-0.542E-01

EM= -0.248E-02 EMA= 0.114E-01
TM= 0.0063 CAPA=0.617E-07

MAX. DE F(S)= 1.882
ECART TYPE= 0.61971
W04 READY READER

```
// JOB
// XEQ PODZ     FX
      0.88347E 03      -0.36586E 02
                 0.34805E 03       0.49096E 02
      0.75030E 03      -0.83151E 01
                 0.49096E 02       0.39537E 02
      0.22685E 02      -0.30555E 00
                 0.39537E 02       0.39521E 02
      0.54413E-01      -0.61572E-03
```

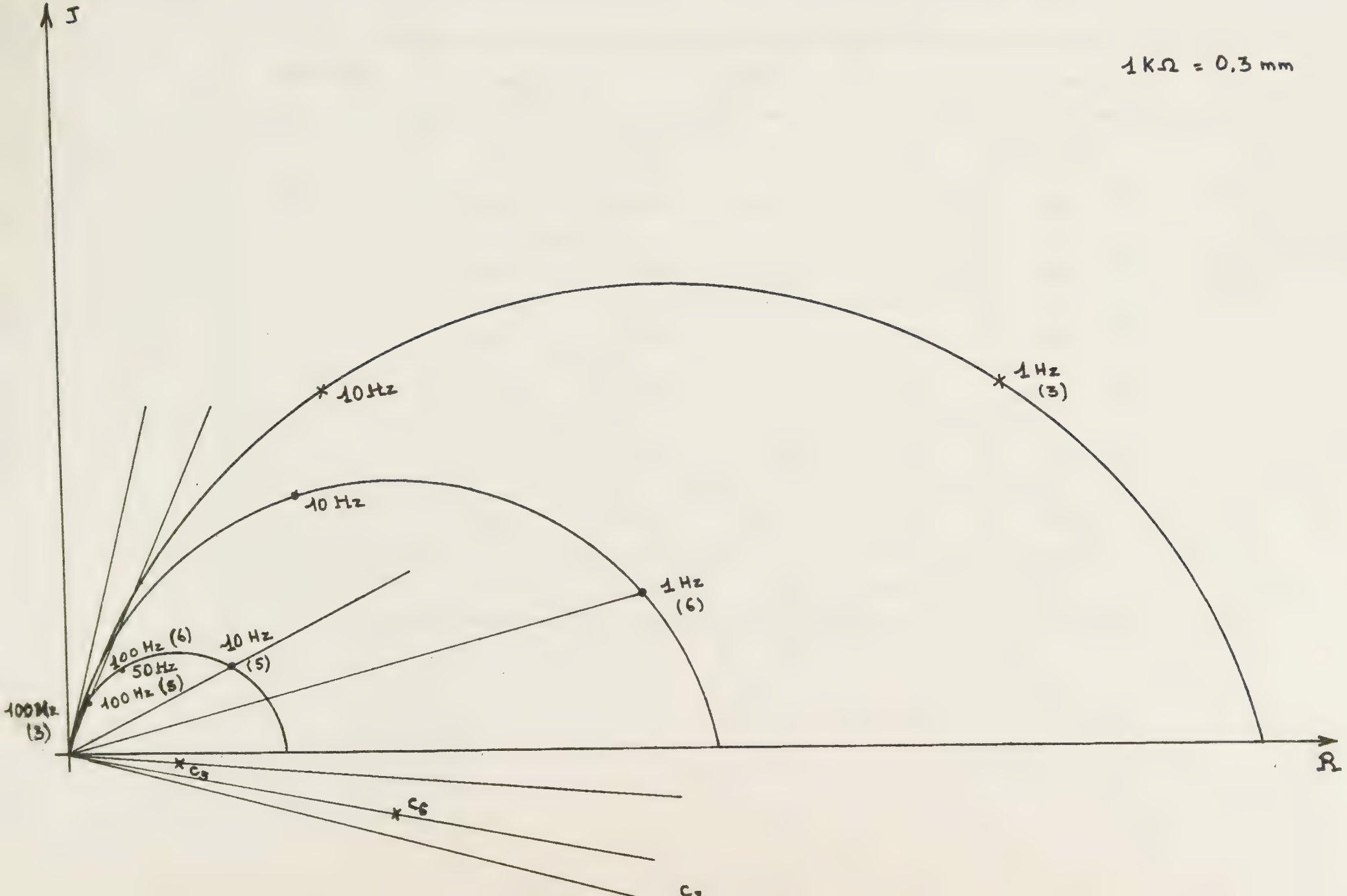
RAYON= 224.048 PSI=10.99
ALFA=79.00 M=0.8777 RS= -0.711 RP= 439.866

FREQUENCE (HZ)	INTEN (MICRO-A)	Z (K-OHM)	BETA (DEGRE)	T (S)	ECART
993.048	1.293	5.07	84.04	0.0259	0.224E-02
501.253	1.293	9.56	82.89	0.0249	0.380E-02
200.762	1.292	21.87	80.15	0.0240	0.671E-02
102.986	1.291	39.95	76.38	0.0233	0.773E-02
69.637	1.290	56.14	73.70	0.0231	0.822E-02
49.800	1.289	74.02	70.62	0.0231	0.640E-02
29.850	1.286	109.96	65.03	0.0236	0.194E-02
19.968	1.282	143.40	59.73	0.0247	-0.641E-02
15.076	1.277	174.29	55.53	0.0249	-0.718E-02
9.923	1.269	228.29	48.72	0.0249	0.542E-02
7.959	1.265	251.39	44.90	0.0259	0.493E-03
6.965	1.263	263.06	42.51	0.0268	-0.892E-02
5.993	1.260	280.58	39.78	0.0272	-0.771E-02
4.989	1.255	304.07	36.46	0.0274	0.344E-02
3.994	1.251	327.82	32.49	0.0279	0.893E-02
2.973	1.245	351.89	27.57	0.0292	0.543E-02
2.506	1.243	364.01	24.90	0.0300	0.385E-02
1.977	1.240	376.24	21.53	0.0314	-0.576E-02
1.513	1.237	388.49	18.27	0.0331	-0.924E-02
1.006	1.234	406.82	14.22	0.0355	0.582E-02

EM= 0.126E-02 EMA= 0.578E-02
TM= 0.0268 CAPA=0.950E-07

MAX. DE F(S)= 0.818
ECART TYPE= 0.98983
HD4 READY READER

Représentation de 3 des lieux d'impédance calculés



Expérience n :	Ψ degrés	m	Rp $h\Omega$	τ_o ms	Γ U-MKSA
1	9,35	0,896	393,6	20,8	$0,792.\ 10^{-7}$
2	9,86	0,890	252,5	17,7	$1,09.\ 10^{-7}$
3	14,74	0,836	817,9	53,6	$1,05.\ 10^{-7}$
4	10,74	0,880	481,0	31,7	$0,995.10^{-7}$
5	4,83	0,946	135,7	6,3	$0,617.10^{-7}$
6	10,99	0,877	439,8	26,8	$0,950.10^{-7}$
valeur moyenne	10,08	0,887	420	26,15	$0,910.10^{-6}$
écart relatif maximum	61 %	6,6 %	99 %	98 %	32 %

Nous présentons maintenant une seconde série de mesures, plus étalée dans le temps, faite sur un sujet du sexe masculin, M.I., également sur l'avant-bras droit , au niveau du poignet.

Les résultats ont été les suivants :

- le 10 septembre : 1 série de mesures

$\psi = 12,74°$ $m = 0,858$ $Rp = 5218,5\ k\Omega$ $\tau_o = 277$ ms
$\Gamma = 0,638.10^{-7}$

- Le 10 octobre : 4 séries de mesures, espacées d'environ une demi-heure :

1) $\psi = 8,50°$ $m = 0,905$ $Rp = 817,7\ k\Omega$ $\tau_o = 44,1$ ms
$\Gamma = 0,725.10^{-7}$
2) $\psi = 11,66°$ $m = 0,870$ $Rp = 907,5\ k\Omega$ $\tau_o = 49,6$ ms
$\Gamma = 0,806.10^{-7}$
3) $\psi = 18,41°$ $m = 0,795$ $Rp = 863,3\ k\Omega$ $\tau_o = 52,5$ ms
$\Gamma = 1,11.10^{-6}$
4) $\psi = 12,39$ $m = 0,862$ $Rp = 670,9\ k\Omega$ $\tau_o = 37,4$ ms
$\Gamma = 0,876.10^{-6}$

- le 5 janvier : 2 séries de mesures

1) $\psi = 10,66°$ $m = 0,792$ $Rp = 75,3\ k\Omega$ $\tau_o = 2,9$ ms
$\Gamma = 1,31.10^{-7}$
2) $\psi = 16,64°$ $m = 0,815$ $Rp = 81,6\ k\Omega$ $\tau_o = 4,6$ ms
$\Gamma = 1,53.10^{-7}$

B) <u>Conclusion</u>

Sans vouloir attacher un sens statistique précis à ces quelques résultats, nous pouvons néanmoins faire quelques remarques :

- conformément aux résultats des psychophysiologistes, la grandeur continue Rp varie considérablement d'une expérience à l'autre.

Lorsque les séries de mesures sont rapprochées dans le temps, la variation est plus faible, mais néanmoins significative.

A moyen terme et à long terme, les fluctuations sont extrêmement importantes.

- de même, la constante de temps -ou temps de relaxation moyen- subit de très fortes variations.

- Par contre, on constate que la capacité de Cole et Cole r semble beaucoup plus stable au cours du temps, même à long terme, en dépit de fluctuations évidentes. Il semble donc que c'est dans la direction des paramètres alternatifs qu'il conviendrait de rechercher les critères de comparaison dans le cadre d'études systématiques.

Néanmoins, le fait qu'aucun terme constant n'apparaisse nous incite à montrer beaucoup de circonspection vis-à-vis de toutes ces études de type comparatif.

Nous ne prétendons pas nous substituer au physiologiste qui est seul capable d'étudier d'une manière compétente les relations entre ce comportement électrique et la structure ou la composition des tissus.

Il ne nous était pas non plus possible, vu notre faible dispositif expérimental, d'étudier avec une précision convenable l'influence de tel ou tel paramètre sur l'impédance de la peau : cela nécessiterait la maîtrise de ce paramètre, ce qui suppose une salle de travail spécialement équipée et isolée des perturbations -climatiques, électriques, humaines- de l'extérieur.

Il est également probable que le schéma de Philippson-Cole n'est pas le meilleur que l'on puisse trouver afin de décrire l'impédance de la peau. Nous n'avons cherché ici qu'à l'identifier et à exploiter au maximum les possibilités qu'il offre.

En conclusion, nous pensons avoir fait une oeuvre utile et directement exploitable par le médecin en décrivant une méthode expérimentale qui donne vraiment accès à l'impédance cutanée et une interprétation chiffrée permettant de comparer les résultats de plusieurs séries de mesures.

Nous espérons qu'elle pourra être appliquée fructueusement par les médecins aux nombreux problèmes qui leur sont posés et pour la solution desquels ils ne disposaient, jusqu'à présent, que d'outils rudimentaires et imprécis.

Appendice 1.

Description de la fonction F(s)

$$F(s) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi}{\text{ch } ms + \cos m\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin 2\alpha}{\text{ch} ms + \cos 2\alpha}$$

avec $s = \text{Log} \frac{\tau}{\tau_o}$

1) MAXIMUM de F(s)

Si $s = 0$, $\text{ch} ms = 0$

$$F(o) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{1}{2\pi} \frac{2 \sin\alpha \cos\alpha}{2 \cos^2\alpha}$$

$$F(o) = \frac{1}{2\pi} \text{tg}\alpha.$$

2) CALCUL DE L'ECART TYPE DE F(s)

$$F(s) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi}{\text{ch} ms + \cos m\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin 2\alpha}{\text{ch} ms + \cos^2\alpha}$$

La variance de cette fonction de répartition est

$$V = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi \; s^2 ds}{\text{ch} ms + \cos m\pi}$$

Nous nous proposons d'intégrer cette équation par la méthode des résidus.

Recherche des pôles

Les pôles de cette fonction sont les solutions de l'équation $\text{ch } ms + \cos 2\alpha = 0$

soit $\cos j\, ms + \cos 2\alpha = 0$

c'est à dire $\cos (j\, ms) = \cos (\pi - 2\alpha)$

et $\cos (j\, ms) = \cos (\pi + 2\alpha)$

Il y a donc à priori quatre familles de solutions :

$$js = \pi\left(\frac{1}{m} - 1\right) + 2k\frac{\pi}{m}$$

$$js = \pi\left(1 - \frac{1}{m}\right) + 2k\frac{\pi}{m}$$

$$js = \pi\left(1 + \frac{1}{m}\right) + 2k\frac{\pi}{m}$$

$$js = \pi\left(-1 - \frac{1}{m}\right) + 2k\frac{\pi}{m}$$

On vérifie aisément que ces quatre familles se réduisent en fait à deux.

$$S_1 = j\pi\left(1 + \frac{1}{m}\right) + 2jk\frac{\pi}{m}$$

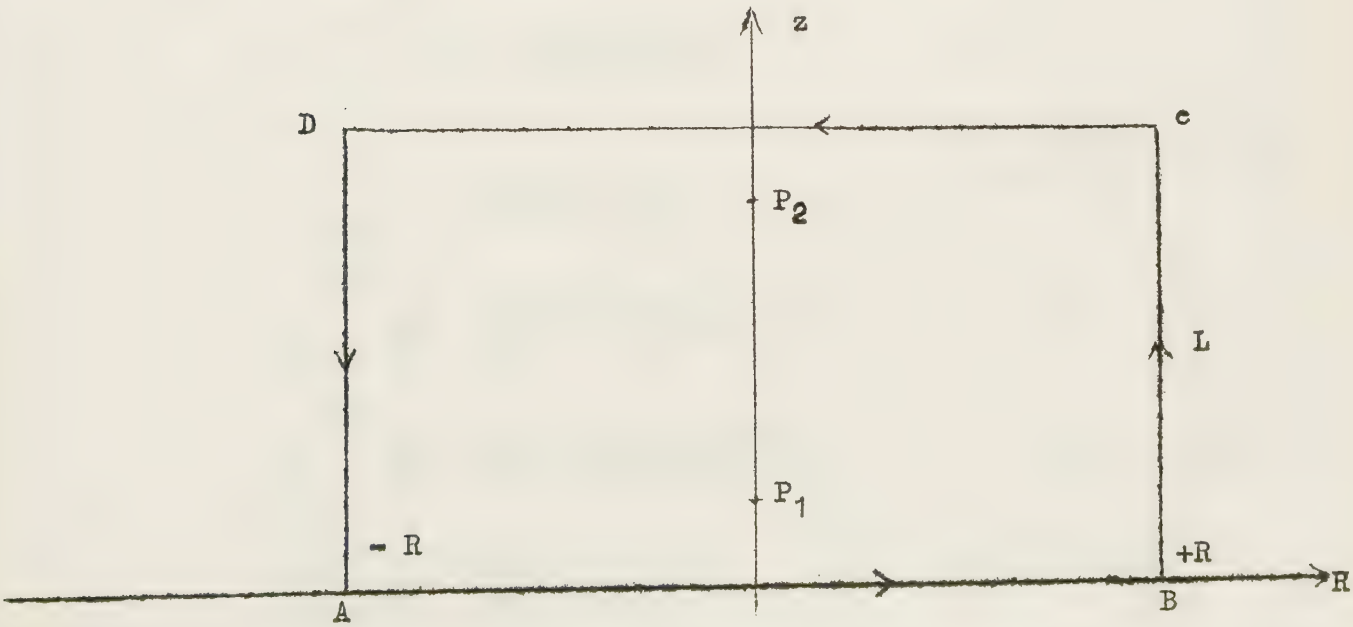
$$S_2 = j\pi\left(\frac{1}{m} - 1\right) + 2jk\frac{\pi}{m}$$

<u>Intégration</u>

Nous allons intégrer la fonction :

$$G(z) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\sin m\pi z^3}{\operatorname{ch} mz + \cos m\pi}$$

sur le contour Γ ci-dessous:



$$\int_{\Gamma} G(z)\, dz = \int_{-R}^{+R} G(x)dx + \int_{\widehat{BC}} G(z)dz + \int_{+R}^{-R} G(x+jL)\, dx + \int_{\widehat{DA}} G(z)dz$$

$$\text{Gi} \int_{\widehat{BC}} G(z)dz \leq \int_{\widehat{BC}} |G(z)|\, dz \leq L \times \sup_{\widehat{BC}} |G(z)|$$

Or lorsque R tend vers l'infini, $|G(z)|$ tend vers zéro, puisque chmz est équivalent à $e^{|mz|}$. Donc $\int_{\widehat{BC}} G(z)\, dz$ tend vers zéro. Il en est de même pour $\int_{\widehat{DA}} G(z)\, dz$.

Nous pouvons alors écrire :

$$\int_{\Gamma} G(z)\, dz = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x)\, dx - \int_{-\infty}^{+\infty} G(x + jL)\, dx = 2\, j\pi \sum \text{Res} = A$$

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, x^3\, dx}{\text{chm}x + \cos m\pi} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, (x + jL)^3 dx}{\text{chm}\,(x + jL) + \cos m\pi}$$

Nous choisissons alors $L = \frac{2\pi}{m}$, si bien que $\text{chm}\,(x + jL) = \text{chm}x$

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, x^3 dx}{\text{chm}x + \cos m\pi} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, (x + j\frac{2\pi}{m})^3 dx}{\text{chm}x + \cos m\pi}$$

soit en développant :

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, x^3\, dx}{\text{chm}x + \cos m\pi}$$

$$- \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, x^3\, dx}{\text{chm}x + \cos m\pi}$$

les intégrales en x^3 s'annulent

$$- \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, x\, 3j\, x^2\, L\, dx}{\text{chm}x + \cos m\pi} = -3\, j\, L\, V$$

$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, x\, 3\, L^2\, x\, dx}{\text{chm}x + \cos m\pi} = 0 \quad \text{(fonction impaire)}$$

$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\sin m\pi\, j\, L^3\, dx}{\text{chm}x + \cos m\pi} = \frac{2\, j\pi}{m} \left[\frac{4\pi^2}{m^2} - 3\, V\right]$$

d'où $A = jL\,(L^2 - 3\, V) = \frac{2\, j\pi}{m} \left[\frac{4\pi^2}{m^2} - 3\, V\right]$

Calcul des Résidus

Par ailleurs, $A = 2\, j\pi \sum \text{Res}$

Le contour choisi ne contient que deux points singuliers qui sont :

P_1, d'affixe $j\pi\left(\frac{1-m}{m}\right)$

et P_2, d'affixe $j\pi\left(\frac{1+m}{m}\right)$

Ces pôles sont simples ; nous appliquerons donc la règle de l'Hospital.

$$\text{Res}_{x_o}\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{f(x_o)}{g'(x_o)}$$

soit $\text{Res}_P\left(\frac{1}{2\pi}\ \frac{\sin m\pi z^3}{\text{ch}\, mz + \cos m\pi}\right) = \frac{1}{2\pi}\ \frac{\sin m\pi z^3}{m\ \text{sh}\, mz}$

en P_1 $\text{Res}_{P_1} = \frac{1}{2\pi}\ \frac{\sin(m\pi)\ j^3(1-m)^3\pi^3}{m^4\ j\sin(1-m)\pi} = \frac{\pi^2}{2}\ \frac{(m-1)^3}{m^4}$

en P_2 $\text{Res}_{P_2} = \frac{1}{2\pi}\ \frac{\sin(m\pi)\ j^3(1+m)^3\pi^3}{m^4\ j\sin(1+m)\pi} = \frac{\pi^2}{2}\ \frac{(1+m)^3}{m^4}$

$$A = 2\, j\pi\left[\frac{2}{2m^4}\left[(1+m)^3 - (1-m)^3\right]\right] = 2\, j\pi\ \frac{\pi^2}{m^3}\left[(3+m^2)\right]$$

soit finalement :

$$2\, j\pi\left[\frac{\pi^2}{m^3}(3+m^2)\right] = \frac{2\, j\pi}{m}\left[\frac{4\pi^2}{m^2} - 3V\right]$$

$$\frac{3\pi^2}{m^3} + \frac{\pi^2}{m} = \frac{4\pi^2}{m^3} - \frac{3V}{m}$$

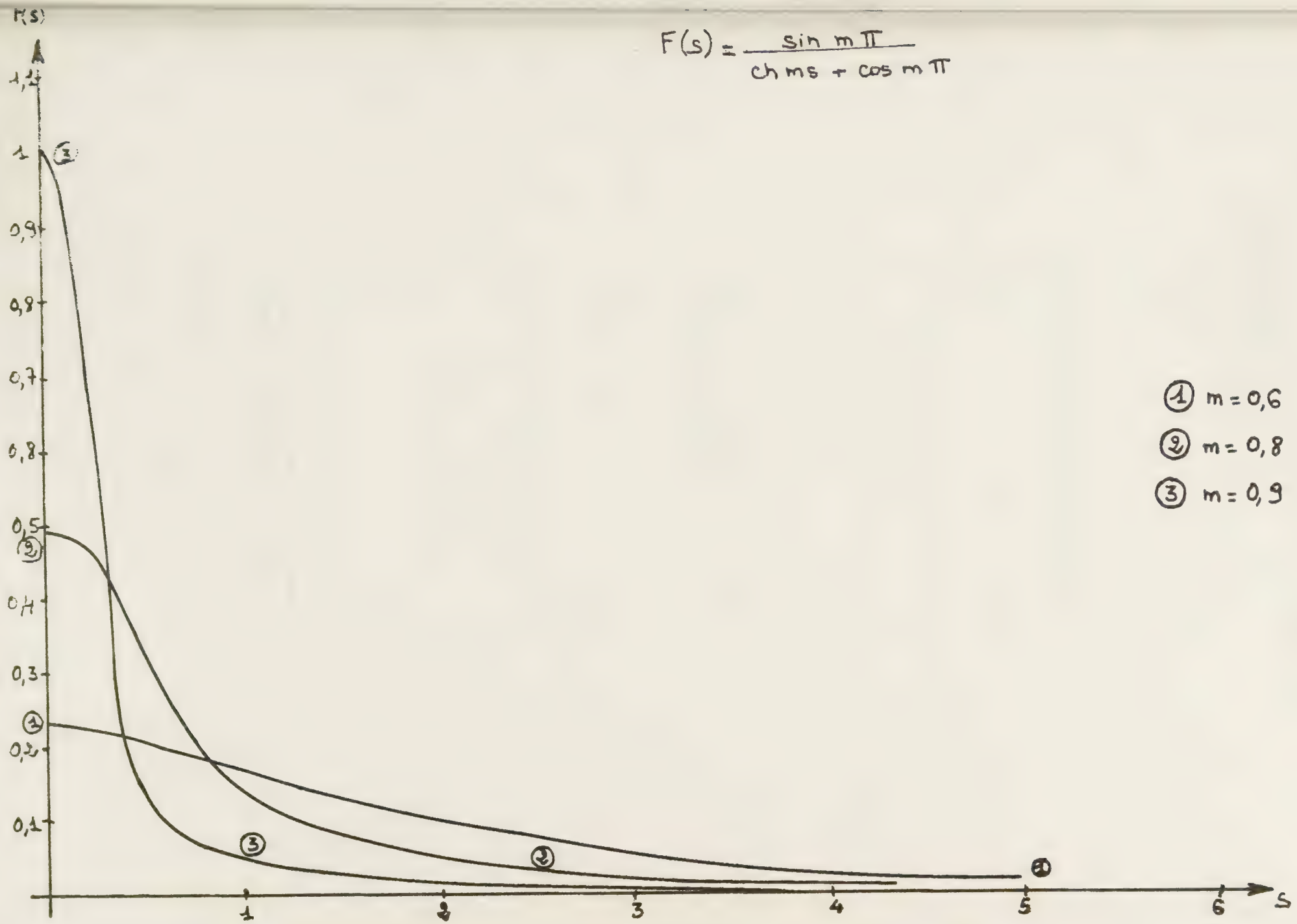
$$3V = \frac{\pi^2}{m^2}\left[1 - m^2\right]$$

d'où la variance $V = \frac{\pi^2}{3m^2}(1-m^2)$

L'écart type est $\sigma = \frac{\pi}{m}\sqrt{\frac{1-m^2}{3}}$

3) LA PLANCHE V DONNE QUELQUES EXEMPLES DE COURBES REPRESENTATIVES DE F(s)

$$F(s) = \frac{\sin m\pi}{\operatorname{ch} ms + \cos m\pi}$$



Appendice 2. le Programme PODZ

1) ORGANIGRAMME

Entrée des pts. de mesure

Lecture de R_L, N, V_i, P_i, T_i.

Calcul de Z_i, β_i, Intensité i X_i, Y_i

Calcul de R_s

construction de la matrice d'interpolation

inversion

calcul de R_s

Changement d'origine $X_i = X_i - R_s$

Pont initial

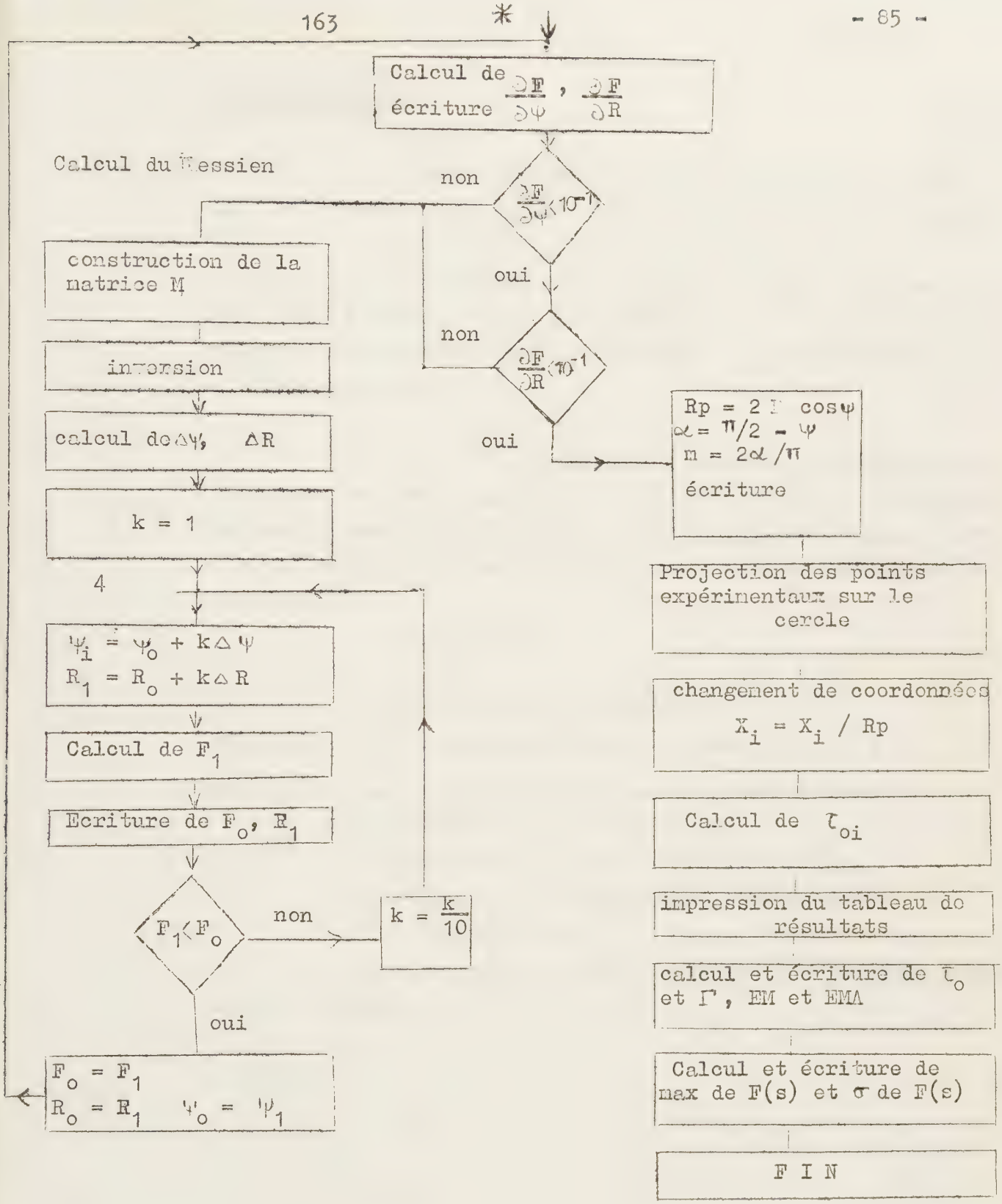
Calcul de A, B, C, D et E = N

$$\psi_o = \text{Arc tg} \frac{AD - BC - BE}{AE - AC - BD}$$

$$R_o = \frac{A \sin\psi + B \cos\psi}{C \sin 2\psi + D \cos 2\psi}$$

Calcul de la fonction d'erreur au point R_o, ψ_o ; F_o.

*


Calcul de $\frac{\partial F}{\partial \psi}$, $\frac{\partial F}{\partial R}$
écriture
Calcul du Hessien
non
$\frac{\partial F}{\partial \psi} < 10^{-1}$
oui
non
$\frac{\partial F}{\partial R} < 10^{-1}$
oui
construction de la matrice M
inversion
calcul de $\Delta\psi$, ΔR
k = 1
4
$\psi_i = \psi_o + k\Delta\psi$
$R_1 = R_o + k\Delta R$
Calcul de F_1
Ecriture de F_o, R_1
$F_1 < F_o$
non
$k = \frac{k}{10}$
oui
$F_o = F_1$
$R_o = R_1$ $\psi_o = \psi_1$
$Rp = 2 R \cos\psi$
$\alpha = \pi/2 - \psi$
$m = 2\alpha/\pi$
écriture
Projection des points expérimentaux sur le cercle
changement de coordonnées
$X_i = X_i / Rp$
Calcul de τ_{oi}
impression du tableau de résultats
calcul et écriture de τ_o et Γ, EM et EMA
Calcul et écriture de max de F(s) et σ de F(s)
F I N

2) MODE D'EMPLOI

Le programme PODZ est écrit en FØRTRAN IV pour IBM 1800 ; lecture sur cartes perforées ; écriture sur clavier.

Il considère que la tension du générateur est de 30 V crête à crête, ce qui est donné par la carte UG = 30 000, qui est donc éventuellement à modifier, si l'on travaille avec un autre générateur.

Toutes les inversions de matrice sont effectuées à l'aide d'un sous programme de bibliothèque GFL, qui exige le surdimensionnement de la matrice AMAT (6,6). Les ordres d'inversion et le dimensionnement de AMAT sont donc éventuellement à modifier.

Il faut entrer

1ère carte : R_L en megohms format F6.2.
2ème carte : N, nombre de points de mesure format I 2

+ une carte par point de mesure, portant dans l'ordre :
la période en millisecondes,
l'intervalle de temps en millisecondes,
la tension V en millivolts crête à crête
en format 3F 10.4.

Ne pas oublier que les points de mesure doivent être répartis autour du cercle.

3) LISTING

```
 // JOB
 // FOR PODZ
*ONE WORD INTEGERS
*EXTENDED PRECISION
*NON PROCESS PROGRAM
*IOCS(CARD,TYPEWRITER,DISK)
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION TPER(40),TINT(40),V(40),FR(40),BETA(40)
      DIMENSION AINT(40),Z(40),X(40),Y(40),RAD(40),U(40),TX(40)
      DIMENSION TETA(40)
      DIMENSION F(3),DP(3),AMAT(6,6)
      UG=30000.
      PI=3.14159265
C  **ENTREE DES POINTS DE MESURE
      READ(2,1006)RL
 1006 FORMAT(F6.2)
      RL=RL*1.E+6
      READ(2,1000)N
 1000 FORMAT(I2)
      DO 1 I=1,N
      READ(2,1001)TPER(I),TINT(I),V(I)
 1001 FORMAT(3F10.4)
C  ** CORRECTION , MISE EN FORME **
      W=V(I)
      FR(I)=1000./TPER(I)
      BETA(I)=2.*PI*TINT(I)/TPER(I)
      EPS   =ATAN(W*SIN(BETA(I))/(UG-W*COS(BETA(I))))
      BETA(I)=BETA(I)+EPS
      AINT(I)=(UG*COS(EPS)-W*COS(BETA(I)))/RL
      AINT(I)=1000.*AINT(I)
      Z(I)=V(I)/AINT(I)
      AINT(I)=AINT(I)/(2.*SQRT(2.))
      X(I)=Z(I)*COS(BETA(I))
      Y(I)=Z(I)*SIN(BETA(I))
    1 BETA(I)=BETA(I)*180./PI
C  **CALCUL DE RS**
      DO 70 I=1,3
      DP(I)=0
      DO 70 J=1,3
   70 AMAT(I,J)=0
      DO 72 I=1,5
      AMAT(1,1)=AMAT(1,1)+X(I)*X(I)*X(I)*X(I)
      AMAT(1,2)=AMAT(1,2)+X(I)*X(I)*X(I)
      AMAT(1,3)=AMAT(1,3)+X(I)*X(I)
      AMAT(2,3)=AMAT(2,3)+X(I)
      DP(1)=DP(1)+X(I)*X(I)*Y(I)
      DP(2)=DP(2)+X(I)*Y(I)
   72 DP(3)=DP(3)+Y(I)
      AMAT(2,1)=AMAT(1,2)
      AMAT(2,2)=AMAT(1,3)
      AMAT(3,1)=AMAT(1,3)
      AMAT(3,2)=AMAT(2,3)
      AMAT(3,3)=5.
      CALL GFL(3,AMAT,0,0.0001)
      DO 73 I=1,3
   73 F(I)=0
      DO 74 I=1,3
      DO 74 J=1,3
   74 F(I)=F(I)+AMAT(I,J)*DP(J)
      RS=(-F(2)+SQRT(F(2)*F(2)-4.*F(1)*F(3)))/(2.*F(1))
C  **POINT INITIAL**
      A=0.
      B=0.
```

```
      C=0.
      D=0.
      IF(RS)10,10,11
   11 DO 12 I=1,N
   12 X(I)=X(I)-RS
   10 DO 2 I=1,N
      RAD(I)=SQRT(X(I)*X(I)+Y(I)*Y(I))
      TETA(I)=ATAN(Y(I)/X(I))
      A=A+X(I)
      B=B+Y(I)
      D=D+2.*X(I)*Y(I)/(RAD(I)*RAD(I))
    2 C=C+(X(I)*X(I)-Y(I)*Y(I))/(RAD(I)*RAD(I))
      E=FLOAT(N)
C  **VALEURS INITIALES**
      PSI=ATAN((A*D-B*C-B*E)/(A*E-A*C-B*D))
      R=(A*SIN(PSI)+B*COS(PSI))/(C*SIN(2.*PSI)+D*COS(2.*PSI))
C  **CALCUL DE F0**
      F0=0.
      DO 3 I=1,N
      RAC=SQRT(RAD(I)*RAD(I)-2.*R*RAD(I)*COS(TETA(I)+PSI)+R*R)
    3 F0=F0+(RAC-R)*(RAC-R)
C  **GRADIENT**
  163 DFSDP=0
      DFSDR=0
      DO 154 I=1,N
      RAC=SQRT(RAD(I)*RAD(I)-2.*R*RAD(I)*COS(TETA(I)+PSI)+R*R)
      DFSDR=DFSDR+1.*(RAC-R)*((R-RAD(I)*COS(TETA(I)+PSI))/RAC-1.)
  154 DFSDP=DFSDP+1.*(RAC-R)*R*RAD(I)*SIN(TETA(I)+PSI)/RAC
      WRITE(1,3000)DFSDP,DFSDR
 3000 FORMAT(2E17.5)
C **TEST SUR GRADIENT **
      IF(ABS(DFSDP)-0.1 )157,157,159
  157 IF(ABS(DFSDR)-0.1)200,200,159
  159 CONTINUE
C  ** CALCUL DU HESSIEN  **
      AMAT(1,1)=0
      AMAT(1,2)=0
      AMAT(2,2)=0
      DO 160 I=1,N
      RAC=SQRT(RAD(I)*RAD(I)-2.*R*RAD(I)*COS(TETA(I)+PSI)+R*R)
      RSRAC=R/RAC
      COSTI=COS(TETA(I)+PSI)
      SINTI=SIN(TETA(I)+PSI)
      AMAT(1,1)=AMAT(1,1)+RSRAC*RSRAC*RSRAC*RAD(I)*RAD(I)*SINTI*SINTI+
     1(1.-RSRAC)*R*RAD(I)*COSTI
      AMAT(2,2)=AMAT(2,2)+2.+RSRAC*(R-RAD(I)*COSTI)*(R-RAD(I)*COSTI)/
     1(RAC*RAC)-(3.*R-2.*RAD(I)*COSTI)/RAC
  160 AMAT(1,2)=AMAT(1,2)+RAD(I)*SINTI*(1.-2.*RSRAC+RSRAC*RSRAC*RSRAC
     1-RSRAC*RSRAC*RAD(I)*COSTI/RAC)
      AMAT(2,1)=AMAT(1,2)
      CALL GFL(2,AMAT,0,0.0001)
C  ** ACCROISSEMENTS **
      DPSI=-AMAT(1,1)*DFSDP-AMAT(1,2)*DFSDR
      DR=-AMAT(2,1)*DFSDP-AMAT(2,2)*DFSDR
C  ** CALCUL DU PAS **
      AK=1.
    4 PSI1=PSI+AK*DPSI
      R1=R+AK*DR
C  **CALCUL DE F1**
      F1=0
      DO 7 I=1,N
      RAC=SQRT(RAD(I)*RAD(I)-2.*R1*RAD(I)*COS(TETA(I)+PSI1)+R1*R1)
```

```
    7 F1=F1+(RAC-R1)*(RAC-R1)
      WRITE(1,2000)F0,F1
 2000 FORMAT(10X,2E17.5)
      IF(F1-F0)8,200,9
    8 CALL DATSW(0,ICLE)
      GO TO(200,35),ICLE
    9 AK=AK/10.
      GO TO 4
C   ** ITERATION  **
   35 F0=F1
      R=R1
      PSI=PSI1
      GO TO 163
C  ** CALCUL DES RESULTATS  **
  200 PSID=PSI*180./PI
      RP=2.*R*COS(PSI)
      ALRA=(PI/2.)-PSI
      ALDE=ALRA*180./PI
      AM=ALDE/90.
      WRITE(1,1002)R   ,PSID,ALDE,AM,RS,RP
 1002 FORMAT(/////,'RAYON=',F10.3,5X,'PSI=',F5.2,/,
     1'ALFA=',F5.2,5X,'M=',F6.4,5X,'RS=',F10.3,5X,'RP=',F10.3)
      WRITE(1,1003)
      WRITE(1,1007)
 1003 FORMAT(////'  FREQUENCE   INTEN',9X,'Z',7X,'BETA',8X,'T',7X,
     1'ECART')
 1007 FORMAT(5X,'(HZ)    (MICRO-A)    (K-OHM)   (DEGRE)    (S) ')
      SALF=SIN(ALRA)
      CALF=COS(ALRA)
      TMX=0
      EM=0
      EMA=0
      XC=RP/2.
      YC=-R*SIN(PSI)
      DO 20 I=1,N
C  **PROJECTION SUR LE CERCLE  **
      Q=SQRT((X(I)-XC)*(X(I)-XC)+(Y(I)-YC)*(Y(I)-YC))
      RAD(I)=Q/R-1.
      EM=EM+RAD(I)
      EMA=EMA+ABS(RAD(I))
      Y(I)=YC+R*(Y(I)-YC)/Q
      X(I)=XC+R*(X(I)-XC)/Q
C  **CONSTANTE DE TEMPS **
      X(I)=X(I)/RP
      Y(I)=Y(I)/RP
      U(I)=(2.*3.14159*FR(I))**AM
      TX(I)=(CALF*(1.-2.*X(I))+SQRT((1.-2.*X(I))*CALF*(1.-2.*X(I))
     1*CALF+4.*X(I)*(1.-X(I))))/(2.*X(I)*U(I))
      TX(I)=TX(I)**(1./AM)
      TMX=TMX+TX(I)/FLOAT(N)
   20 WRITE(1,1004)FR(I),AINT(I),Z(I),BETA(I),TX(I),RAD(I)
 1004 FORMAT(2F10.3,F12.2,F10.2,F9.4,E13.3)
      EM=EM/FLOAT(N)
      EMA=EMA/FLOAT(N)
      CAP=(TMX**AM)/(RP*1000.)
      WRITE(1,1008)EM,EMA
1008  FORMAT(/,'EM=',E11.3,5X,'EMA=',E11.3)
      DMAX=SALF/(2.*3.14159*CALF)
      DSIG=3.14159*SQRT((1.-AM*AM)/3.)/AM
      WRITE(1,1005)TMX,CAP,DMAX,DSIG
 1005 FORMAT('TM=',F7.4,'     CAPA=',E9.3,////,
     1'MAX. DE F(S)=',F8.3,/,'ECART TYPE=',F10.5)
      CALL EXIT
      END
```

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

(1) A. DJOURNO, M. KAYSER
Anesthésie et sommeil électriques. P.U.F. 1968.

(2) J. NIBOYET
La moindre résistance à l'électricité de surfaces punctéiformes et de trajets cutanés concordant avec les points méridiens de base de l'acupuncture. Thèse Sciences, Marseille 1963.

(3) C. RICHTER
Physiological factors involved in the electrical resistance of the skin ; Am. J. Physiol. 1929, 88-3 p. 596.

(4) J. MARTIN, P. VENABLES
Mechanisms of palmar skin resistance and skin potential. Psychol. Bull. 1966. 65-6 p. 347.

(5) C. DARROW
The rationale for treating the change in galvanic skin response as a change in conductance. Psychophysio. 1964, I-I p. 31.

(6) BENJAMIN, H.P. SCHWAN, C.F. KAY, HAFKENSCH
The electrical conductivity of living tissue as it pertains to electrocardiography. Circulation 1950, 2, p. 321.

(7) .BENNET, BURKHARD, KENNESSY, MAC CRAY
The role of skin impedance in cutaneous communications Proc. Ann. Conf. Engng. in Med. Biol. 1966.

(8) L. GEDDES, HOF.
The Measurements of physiological events by electrical impedance, a review. Am. J. Med. Electr. 1964, 3 p.16.

(9) M. KAYSER, LEPLEY, BORMES.
Tissue impedance measurement as a method of locating the cardiac conduction system. Dig. Int. Conf. Med. Elect. 1961. p. 50.

(10) E. KINNEN, W. KUBICEK, P. PATTERSON
Impedance plethysmographic determination of cardiac output a comparative study ; S.A.M. T.D.R. 64-15. 1964.

(11) PASQUALI
Problems in impedance pneumography. electrical characteristics of skin an lung tissue. Med. Biol. Engng. 1967, 5-3, p. 249.

(12) T. JACKSON, B. RIESS
Electric shock with different size electrodes. J. Gen. Psychol. 1934. 45, p. 262

(13) H. GERSTNER, H. GERBSTAEDT
Der Wechselstromwiderstand der meschlichen Haut. Pluegers Archiv 1949, 252 p. 111

(14) I. KORR, P. THOMAS, H. WRIGHT
Patterns of electrical skin resistance in man. Acta neuroveget. 1958, 17. p. 77.

(15) C. RICHTER
Topographische Varianten des scheinbaren Gleichstromwiderstand der Haut. Wiss. Zeitsch. E.M. Arnt Univ. 1967, XVI 1/2 p. III.

(16) J. RUTENFRANZ, H. WENZEL
Uber quantitative Zusammenhänge zwischen Wasserausgabe, Wechselstromwiderstand un Kapazität der Haut bei Körperlicher Arbeit und unter verschiedenen Raumtemperaturen ..
Arbeitsphysiologie, 1958, 17. p. 155.

(17) H. SCHAEFER
Allgemeine Physiologie der meschlichen Haut. Stud. Gen. All. 1964, 17-8 p. 500

(18) M. SULZBERGER
The effects of heat and humidity on the human skin Arch. for environment health, 1965, II-4 p. 400

(19) T. OGAWA, E. KOBAYASHI, K. TAKAJI
Variations of the electric conductivity of the skin in relation to sweating. Jap. J. Physiol. 1965. 15-3 p. 296.

(20) R.C. WILCOTT
The partial independance of skin potential and skin resistance from sweating. Psychophysiol. 1964. I-I p. 55

(21) K. JUNIPER, R. DYKMAN
Skin resistance, sweat glands count, salivary flow and gastric secretion : age, race and sex differences and intercorrelations. Psychophysiol. 1967, IV-2, p. 216

(22) J. KRYSPIN, J. CICHA
Veränderung der natürlichen (dimensionlösen) elektrischen Parametern der menschlichen Haut im Alter Proc. 7. Int. Cong. Geront. (Vienne) 1966 IV p. 545

(23) J. UNDERWOOD, D. GOWING, G. JOHNSTON
The use of body impedance changes as a measurement of surgical blood loss. Anesthes. 1967. 28. p. 129.

(24) R.C. WILCOTT
Effects of local blood removal on skin resistance and potential. J. Comp. Physiol. Psychol. 1958, 51, p. 295

(25) J. RUTENFRANZ
Der Widerstand der Haut gegenüber schwachen elektrischen Strömen. Hautartz, 1958, 7, p. 19.

(26) J. KRYSPIN
Die elektrische Parameter der nicht linearen Processe in der menschlichen Epidermis. Elektromed. 1965, X-2 p. 95.

(27) D. LYKKEN
Properties of electrodes used in electrodermal measurements. J. Comp. Physiol. Psychol. 1959, 52. p. 629.

(28) J. WEINMAN, J. MAULER
An analysis of electrical properties of metal electrodes. Med. Elect. Biol. Engng. 1964, 2. p. 299

(29) D. O'CONNEL, B. TURSKY, M. ORNE.
Electrodes for the recording of skin potential Arch. Gen. Psychiatry. 1960.

(30) A. BERSON - H. PIPBERGER
Les problèmes posés par l'impédance de contact peau-électrode dans l'enregistrement des E.C.G.
Dig.7.Int.Conf.Med. Biol. Engng, 1967, p. 415.

(31) K. JOHNSON
The frequency dependance of impedance et interfaces
Electrochem. Acta 1964, IX p. 653.

(32) H.P. SCHWAN
A.C. electrode polarisation. Biophysik 1966
201-3 p. 181

(33) H.P. SCHWAN.
Electrode polarisation impedance and measurements in biological materials. Ann. N.Y. Acad. Sc. 1968.
148-I p. 191

(34) G. JANZ - D. IVES
Silver-Silverchloride electrodes. Ann. N.Y. Acad. Sc. 1968 148-I p. 210.

(35) L. GEDDES - L. BAKER
Chlorided silver electrodes. Med. Res. Engng. 1967.
VI-3 p. 33

(36) D. WITSOE
Electrical resistivity of lung at 100 kHz
Med. Biol. Engng. 1966 V p. 239.

(37) M. GILDEMEISTER
Ueber elektrischen Widerstand, Kapazität und Polarisation der Haut. (2 parties) Plugers Archiv. 1928,
219 p. 82

(38) S. HOSAWA
Studien über die Polarisation der Haut. (2 parties)
Plugers Archiv, 1928 219. p. 111

(39) M.A.B. BRAZIER
A method for investigation of the impedance of the human body to an alternating current. J.I.E.E. 1933.
73 p. 203.

(40) L. GEDDES - L. BAKER
The specific resistance of biological material : a compendium of data for the biomedical engeneer and physiologist.
Med. Biol. Engng. 1967. V-3 p. 271

(41) H.P. SCHWAN - C.F. KAY
Specific resistance of body tissue. Circul. Res. 1956.

(42) H.P. SCHWAN - C.F. KAY.
Capacitive properties of body tissue. Circul. Res. 1957, 5 p. 439.

(43) H. BURGER - R. VAN DONGEN
Specific resistance of body tissue. phys. Med. Biol. 1960 5 p. 431

(44) J. KRYSPIN
Phoreographie : eine neue Methode zur Bestimmung der elektrischen Eigneschaften von Geweben. Elektromed. 1964. IX-I p. 31

(45) A. STROHL
Les schémas de conductibilité suivant la structure de la peau. C.R. Soc. Electrothér. Radiol. 1930 p. 329

(46) A. STROHL
Conductibilité électrique du corps humain en courant alternatif. J. Radiol. Electrologie. 1931. 15 p. 545

(47) L. GOUGEROT
Impédance cutanée chez les eczémateux mesurés en courant alternatif de basse fréquence. Soc. Med. Hop. Paris, 1945, p. 428

(48) J. CHANTEUR
Le reflexe psychogalvanique, moyen d'étude des schémas électriques équivalents de la peau. thèse Médecine Paris, 1952.

(49) H. DORENLOT
Contribution à l'étude de l'impédance cutanée chez les eczémateux. Thèse Médecine Paris. 1949.

(50) M. PEIFFERT
Contribution à l'étude de la conductibilité du corps humain en courant alternatif. Thèse Médecine Paris, 1944.

(51) R. BURNS
Study of skin impedance. Electronics 1950, 25 p. 190

(52) E. MUELLER - R LOEFFEL - S. MEAD
Skin impedance in relation to pain threshold testing by electrical means. J. Appl. Physiol. 1952 V p. 746

(53) L. GOUGEROT
Communication personnelle. 1969.

(54) J. KRYSPIN
The phoreographical determination of the electrical properties of human skin. J. Invest. Dermat. 1965. 44 - 4 p. 227

(55) K.S. COLE
Electric conductance of biological systems. Symp. Quantit. Biol. 1933. I p. 107.

(56) M. SILVESTRE
Nouveau dispositif de mesure in situ des propriétés électriques des milieux biologiques. Thèse Doct. Ing. Lille 1969

(57) K. DANIEL
Diélectric relaxation (Chap. 5,6,7)
Academic Press, Londres 1967.

(58) J. LEGRAS
Précis d'Analyse Numérique Dunod.

(59) G. POZZO

Prove sperimentali delle resistenze elettriche dei vari strati della cute. Giorn. It. Dermat. Sifil. 1949 XC-I p. 382

(60) S. RUSH

Methods of measuring the resistivities of anisotropic conducting media in situ. J. Res. Nat. Bur. Stand. 1962 66C p. 217

(61) L. GOUGEROT

Appareil destiné à tracer directement, sur l'écran d'un oscillographe cathodique, le point représentatif d'une impédance. J. Radiol. Electrol. 1951. 32, p. 57

(62) L. GOUGEROT

Etude critique de la méthode du "Cercle pointé" pour la représentation dans le plan complexe des tensions sinusoïdales.
Coll. Biophys. Journ. Med. Bordeaux, 1958.

(63) W. DEMROW

Evolution from operational amplifier to data amplifier. Note d'application Analog Devices. 1968.

(64) R. DOBKIN

Instrumentation amplifier. Note d'appl. LB I National Semiconductor 1969.

(65) R. WIDLAR

Feedforward compensation speeds Op. Amp.
Note d'application LB2 National Semiconductor 1970.

(66) R. WIDLAR

Précision I.C. Comparator runs from 5 V logic supply
Note d'Application AN41 National Semiconductor 1970

(67) R. WIDLAR

Design for negative voltage regulators
Note d'application AN 21 National Semiconductor 1970.